

Matemática Superior

Números Complejos

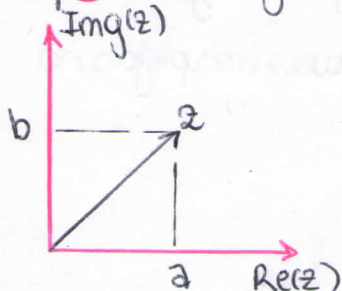
nomenclatura: $z = (a, b)$ a: parte real b: parte Imaginaria

$\text{Re}(z) = a$ y $\text{Im}(z) = b$. Incluyen a los otros conjuntos

Comple: • operación entre z_1 y z_2 me da un z_3
• defino igualdad

Modulo de un complejo: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ $|z| = r = \rho$

representación gráfica



Operaciones: (Forma par ordenado)

⇒ SUMA:

$$z_1 + z_2 = (a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$$

⇒ Producto

$$z_1 \cdot z_2 = (a_1, b_1) \cdot (a_2, b_2) = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2, a_1 \cdot b_2 + b_1 \cdot a_2)$$

Ej: $\sqrt{-4} = \sqrt{4(-1)} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = \pm 2j$

$$j^2 = j \cdot j = (0, 1) \cdot (0, 1) = (0, -1) \quad \underline{j^2 = -1} \quad \underline{j = \sqrt{-1}}$$

Potencia n-ésima de j

$$n \frac{14}{c}$$

$$j^0 = 1, j^1 = j, j^2 = -1$$

$$j^3 = -j \text{ y } j^4 = (j^2)^2$$

$$\underline{K} \Rightarrow K = 0, 1, 2 \text{ o } 3$$

nro imaginarios puros

: j b con $b \in \mathbb{R}$

números complejos

$$: z = a + bj \text{ con } a, b \in \mathbb{R}$$

Forma binómica

Operaciones forma binómica

⇒ SUMA: $z_1 + z_2 = (a + bj) + (c + dj) = (a + c) + (b + d)j$

⇒ Multiplicación $z_1 \cdot z_2 = (a + bj) \cdot (c + dj) \Rightarrow$ aplico distributiva.

⇒ Cociente: $\frac{z_1}{z_2}$ multiplico "arriba" y "abajo" por el conjugado del denominador

Si es $a/j \Rightarrow -aj$

Conjugado de un nro. Complejo: sea $z_1 = a + bj$ su conjugado $\bar{z}_1 = a - bj$

Propiedades: $z \cdot \bar{z} = |z|^2$

$$\frac{z + \bar{z}}{2} = \text{Re}(z) \text{ y } \frac{z - \bar{z}}{2} = j \text{Im}(z)$$

⇒ Potencia: $z^n = (a+bj)^n$ Binomio: $z^2 = (a+bj)^2$
 $z^3 = (a+bj)^3$ trinomio

⇒ Radicación: $w = \sqrt[n]{z}$ y $w^n = z$
cuando es cuadrada de un complejo en forma binómica

$$x = \pm \sqrt{\frac{r+a}{2}} \quad * \text{ si } b > 0 \text{ los 2 positivos o los 2 negativos}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{r-a}{2}} \quad * \text{ si } b < 0 \text{ uno positivo y otro negativo}$$

sea la ecuación polinómica $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n = 0$ con $a_1 \in \mathbb{R}$

- ① Si $\alpha \in \mathbb{C}$ es raíz, $\bar{\alpha}$ es raíz también
- ② Todo polinomio de grado impar con todos sus coeficientes reales tiene por lo menos una raíz real ~~coeficiente impar~~
- ③ Si no tiene todos los coeficientes reales, la cant. de raíces complejas puede ser impar y no necesariamente la conjugada de una raíz es raíz
- ④ Si un pol tiene todos los coeficientes reales, la cant. de raíces complejas no reales es par.

Forma polar de z

$$z = a + bj \rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \arg(z) = \varphi = \arctg(b/a)$$

forma polar: $[r, \varphi]$

2do cuadrante $\arctg(b/-a) + \pi = \varphi$

3er cuadrante $\arctg(-b/-a) + \pi = \varphi$

4to cuadrante $\arctg(-b/a) + 2\pi = \varphi$

Forma exponencial

$$z = r \cdot e^{j\varphi}$$

Forma trigonométrica: $z = r \cdot (\cos \varphi + j \sin \varphi)$

Producto: $z = [r_1 \cdot r_2, \varphi_1 + \varphi_2]$ Potencia n-esima de z : $z^n = [r^n, n \cdot \varphi]$

Cociente $z = [\frac{r_1}{r_2}, \varphi_1 - \varphi_2]$

Radicación $\sqrt[n]{z} \Rightarrow w_k = \left[\sqrt[n]{r}, \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right]$ con $0 \leq k \leq n-1$

w_k es una raíz primitiva

de orden n . ~~si~~ si $\text{mcd}(k, n) = 1$ (k y n son coprimos)

w_0 NUNCA es primitiva y w_1 siempre es primitiva

"de la unidad real"

↳ $r=1$

↳ $\varphi=0$

Logaritmo natural de un Complejo

$$\ln(z) = \ln p + (\phi + 2k\pi)j$$

si $k=0$ y $\phi \in [0, 2\pi)$

Valor principal: $\ln(z) = \ln p + j\phi$

POTENCIA ENTRE COMPLEJOS

$$z_1 = z_1^{z_2}$$

$$\ln(z) = z_2 \cdot \ln(z_1)$$

$$z = e^{z_2 \cdot \ln(z_1)}$$

a z_1 le calculo el logaritmo natural principal

* FORMA Exponencial del Coseno

$$\cos \phi = \frac{e^{j\phi} + e^{-j\phi}}{2}$$

* FORMA Exponencial del seno

$$\sin \phi = \frac{e^{j\phi} - e^{-j\phi}}{2j}$$

para una cuadratica:

$$z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \text{ y } z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a}$$

$$\text{y porahi: } p(z) = p(\bar{z}) = 0$$

(solo polinomio con coeficientes reales)

Para calcular

$$Ae^{j\phi}$$

$$g(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

$$Ae^{j(\omega t + \phi)} \text{ (Forma exponencial)}$$

si tengo que SUMAR paso a binomica

$$\text{para el } \phi: \arctg\left(\frac{b}{a}\right) \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$Ae^{-j\phi}$$

$$A(\cos \phi - j \sin \phi)$$

SERIE

de FOURIER

Funcion periodica: $f(x) = f(x+T)$ T periodo
cuando el punto de vista grafico, este se repete en el tiempo

Fun periodica de $f(x) = (x + 2\pi)$ Solo cuyo PERIODO SEA 2π

$$\Rightarrow f(x) = S(x) = \underbrace{\frac{a_0}{2}}_{\text{Valor medio}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)}_{\text{ARMONICAS}} \quad a_n, b_n \text{ y } a_0 \in \mathbb{R} \text{ coeficientes de } f.$$

Recta que divide a la onda en partes iguales

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \sin(nx) dx \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx) \cdot f(x) dx \quad a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$\cos(n\pi) = \cos(-n\pi) = (-1)^n$$

$$\sin(n\pi) = \sin(-n\pi) = 0$$

en las disc. toma el valor medio de $S(x)$
en todos los puntos de continuidad de f .

TEOREMA DE DIRICHLET: $S(x) = f(x)$

PARA CUALQUIER PERIODO

$$f(x) = (x+T) \quad T \in \mathbb{R}$$

$$\omega_0 = \pi/L \text{ y } L = T/2 \text{ (semiperiodo)}$$

$$S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 x) + b_n \sin(n\omega_0 x) \quad \text{FORMULA!}$$

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) dx \quad b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin(n\omega_0 x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos(n\omega_0 x) dx$$

$$\int_{-L}^L = \int_0^T$$

$\frac{a_0}{2}$ Es el termino independiente
Componente continua de la señal
Valor constante, el area encerrada entre la función y esta constante
por arriba y por abajo ES LA MISMA

PARES E IMPARES

No dice NADA de las frecuencias si son
pares o impares

PAR: si es simetria respecto y

Impar: si es simetria respecto al origen

PAR: SERIE DE COSENO

$$b_n = 0 \quad a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos(n\omega_0 x) dx \quad a_0 = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) dx$$

IMPARE: SERIE DE SENOS

$$a_n = 0, a_0 = 0 \quad b_n = \int_0^L f(x) \sin(n\omega_0 x) dx \left(\frac{2}{L} \right)$$

frecuencias impares

∴ Serie de cos/senos con fre
impares

PERIODICA ALTERNADA

O tiene simetria de media onda si $f(x) = -f(x + T/2)$

Los CF a_0, a_{2k} y b_{2k} son nulos

solo tiene terminos de frecuencias impares

OJO! si tiene solo terminos de f. I no siempre es de Media onda

Apuntin del desarrollo, me piden el valor de: $\sum_{n=1}^{\infty}$

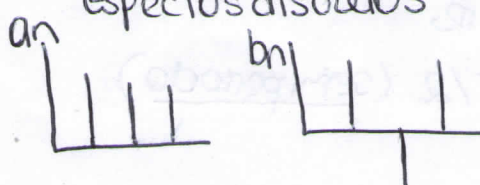
→ Elige un valor conveniente. Cosa que $\sum$ de ambas quede igual.

→ Lo uso en $S(x)$

→ si $f(x)$ es continua en $x_0 \Rightarrow S(x_0) = f(x_0)$. Lo uso para igualar

Espectros discretos

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$$



EQUIVALENCIAS

Serie Exponencial de Fourier

$$\sin((2k+1) \cdot \frac{\pi}{2}) = (-1)^k \quad S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n \omega_0 x) + B_n \sin(n \omega_0 x)$$

$$\sin(\alpha) = \cos(\alpha - \pi/2)$$

$$\cos(\alpha) = \sin(\alpha + \pi/2) \quad S(x) = \underbrace{C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{j n \omega_0 x} + C_{-n} e^{-j n \omega_0 x}}$$

$$C_n = \frac{A_n - j B_n}{2} \quad C_n = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) \cdot e^{-j n \omega_0 x}$$

$$C_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x)$$

NOTA: $e^{\pm j n \pi} = \cos(n\pi) \pm \sin(n\pi) j$

Por Definición

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$$

$$f(x) \text{ par} \Rightarrow b_n = 0 \therefore C_n = A_n/2 \in \mathbb{R}$$

$$f(x) \text{ impar} \Rightarrow A_n = 0 \therefore C_n = -j B_n/2$$

Transformada de Fourier: $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j \omega t} dt$

Antitransformada de Fourier: $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{j \omega t} d\omega$

Existe si es

seccionalmente continua
y modulo integrable
y por ser a-periodica

→ Aspecto Continuo

TRANSFORMADA Laplace ES ÚNICA

⇒ Linealidad

$$\mathcal{L}(K_1 f_1(t) + K_2 f_2(t)) = K_1 \mathcal{L}(f_1(t)) + K_2 \mathcal{L}(f_2(t))$$

⇒ PRIMERA TRASLACIÓN

$$\mathcal{L}(f(t) \cdot e^{at}) = f(s-a)$$

EJ: $\mathcal{L}(\sin(2t) \cdot e^{3t}) = \frac{2}{(s-3)^2 + 4} \quad (a=3) \quad \mathcal{L}(\sin(2t)) = \frac{2}{s^2 + 4}$

⇒ SEGUNDA TRASLACIÓN

$$\mathcal{L}[g(t)] = e^{-as} \cdot F(s)$$

$$F(s) = \mathcal{L}(f(t)) \wedge g(t) = \begin{cases} f(t-a) & \text{si } t > a \\ 0 & \text{si } t < a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(t - 2\pi/3) & t > 2\pi/3 \\ 0 & t < 2\pi/3 \end{cases}$$

$$\mathcal{L}(f(t)) = e^{-\frac{2\pi}{3}s} \cdot \frac{s}{s^2 + 1}$$

⇒ Cambio de escala

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] \Rightarrow \mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$$

$$\mathcal{L}(\sin t) \rightarrow \mathcal{L}(\sin 3t)$$

$$\mathcal{L}(\sin 3t) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(s/3)^2 + 1} = \frac{3}{s^2 + 9}$$

⇒ TRANSFORMADA DE LA PLACE para derivadas

$$\mathcal{L}[F^n(t)] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - s f^{n-2}(0) - f^{n-1}(0)$$

⇒ transformada de LA PLACE DE LAS INTEGRALES

$$\text{si } F(s) = \mathcal{L}[f(t)] \Rightarrow \mathcal{L}\left[\int_0^t f(u) du\right] = \frac{F(s)}{s}$$

$$\text{EJ: } \mathcal{L}\left[\int_0^t \sin(au) du\right] = \frac{2}{(s^2 + 4)s}$$

⇒ Multiplicación T_n : $F(s) = \mathcal{L}[f(t)] \Rightarrow \mathcal{L}[t^n \cdot f(t)] = (-1)^n \cdot F^{(n)}(s)$

$$\mathcal{L}(t^2 \cdot e^{2t}) = \frac{2}{(s-2)^3} \text{ como que 2 calculo hasta } F''$$

$$F(s) = (s-2)^{-1} \rightarrow F'(s) = (-1)(s-2)^{-2} \rightarrow F''(s) = (-1)(-2)(s-2)^{-3}$$

⇒ DIVISION PART.

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] \Rightarrow \mathcal{L}\left[\frac{f(t)}{t}\right] = \int_s^\infty F(u) du \text{ siempre que } \exists \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t)}{t}$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{\sin t}{t}\right) = \int_s^\infty \frac{1}{u^2 + 1} du = \arctg(u) \Big|_s^\infty = +\pi/2 - \arctg(s)$$

TEOREMA DE V. INICIAL

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s F(s)$$

TEOREMA DEL VALOR FINAL

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s)$$

Escalon unitario

$$E(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

IMPULSO UNITARIO

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{L}(f'(t)) = s \cdot F(s) - f(0)$$

$$\mathcal{L}(f''(t)) = s^2 \cdot F(s) - s f(0) - f'(0)$$

$f(s)$	$F(s)$
1	$1/s$
t^n	$n!/s^{n+1}$
e^{at}	$1/s-a$
$\cos(at)$	a/s^2+a^2
$\sin(at)$	a/s^2+a^2

Si aparece algo como " $\cos^3(t)$, $\sin^2(t)$.."

se reemplaza $\sin(t)$ por su forma exponencial

y eso lo eleva a la potencia

$$\cos^3(t)$$

$$1) \cos(t) = \frac{e^{it} + e^{-it}}{2}$$

$$2) (\cos(t))^3 = \left(\frac{e^{it} + e^{-it}}{2} \right)^3$$

Lo opero hasta

llegar a algo

mas amigable

y se ponga.

a eso la transform

Metodo fracciones simples

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \text{ si } \text{gr}(P(x)) < \text{gr}(Q(x))$$

Si no se cumple $\frac{P(x)}{Q(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$

• Reales y distintas $\frac{P(x)}{(x-a)(x-b)\dots} = \frac{A}{(x-a)} + \frac{B}{(x-b)}$

• Raices multiples $\frac{P(x)}{(x-a)^n} = \frac{A}{(x-a)^n} + \frac{B}{(x-a)^{n-1}} + \frac{C}{(x-a)^{n-2}} \dots + \frac{N}{(x-a)}$

• Raices complejas conjugadas $\frac{P(x)}{ax^2+bx+c} = \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$

SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES

① aplico transformada de la place a ambas

② Resolverlo: **Cramer** (mas conveniente) sino por cualquier otro

Arreglo Acomodo

Calculo matriz coeficientes

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ D & E \end{vmatrix}$$

DETERMINANTE ASOCIADO A X

$$\Delta X = \begin{vmatrix} B & C \\ E & F \end{vmatrix} (-1)$$

DETERMINANTE ASOCIADO A Y: $\Delta Y = \begin{vmatrix} A & C \\ D & F \end{vmatrix}$

$$X(s) = \frac{\Delta X}{\Delta}$$

$$Y(s) = \frac{\Delta Y}{\Delta}$$

$$\begin{cases} A X(s) + B Y(s) = C \\ D X(s) + E Y(s) = F \end{cases}$$

TEOREMA DE LA CONVOLUCION

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}[F(s) \cdot G(s)] = \int_0^t f(u) \cdot g(t-u) du$$

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)]$$

$$\int_0^t \sin u \cdot e^{2(t-u)} du \Rightarrow \mathcal{L} \left(\int_0^t \sin u \cdot e^{2(t-u)} du \right)$$

$\swarrow$ Lo pienso como $\sin(t)$
 $\searrow$ Lo pienso como e^t

Evaluaciones integrales de tipo convolutiva

$$y(t) = t^2 + \int_0^t (\dots)$$

- 1) aplico $\mathcal{L}$ a todos los miembros
- 2) despejo $Y(s)$
- 3) Antitransformo

Evaluaciones por medio de T. Laplace

$$\int_0^\infty f(t) \cdot e^{-at} dt = F(a)$$

OJO! por que si $a=0$, $e^0=1$ y no hay e

$$\int_0^\infty t \cdot e^{-2t} \cdot \cos t dt$$

considero como $f(t) = t \cdot \cos t$ como esta multiplicada por t aplico propiedad

$$\mathcal{L}(t \cdot \cos t) = \frac{s^2 - 1}{(s^2 + 1)^2}$$

evaluo en a , $a=2 \Rightarrow \frac{2^2 - 1}{(2^2 + 1)^2} = \frac{3}{25}$

- 1) identifique $f(t)$
- 2) transformo $f(t)$
- 3) evaluo en a

Función Transferencia

$$G(s) = \frac{P_1(s)}{P_2(s)} = \frac{K(s-z_i) \dots}{(s-p_i) \dots}$$

ceros: valores para los que $G(s)$ tiende a cero y se los dibuja con un círculo (O)

poles: Valores para los cuales $G(s)$ tiende a infinito. Se los representa con X.

¿acero si

$$\lim_{s \rightarrow z} G(s) = 0$$

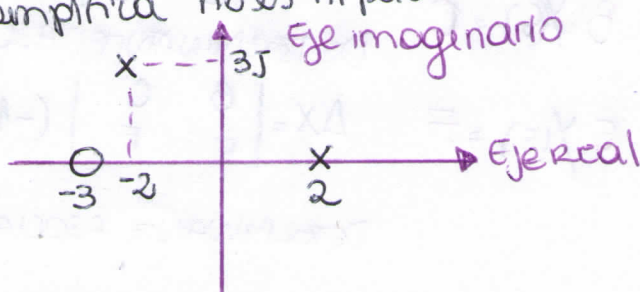
Por polo si

$$\lim_{s \rightarrow p} G(s) = \infty$$

OJO! 1) Siempre fijarse si es cero (z)

2) simplificar, buscar las raíces del polinomio

si se simplifica no es ni polo ni cero



GRAFICOS

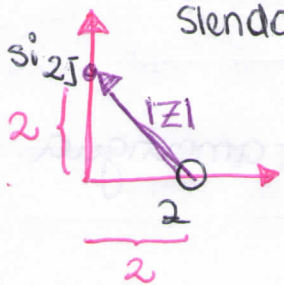
$$z = -3 \quad z = 2$$

$$p = -2 + 3j$$

DETERMINACIÓN GRÁFICA DE TASE Y MODULO

$$|G(s)| = K \cdot \frac{\prod \text{modulo de vectores de } z}{\text{Modulo de vectores de } p}$$

Siendo $s = 2j$



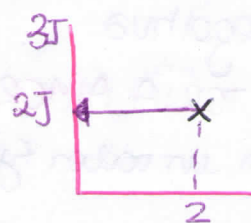
$$|z| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

$$z = 2$$

$$|z| = \sqrt{8}$$

La distancia del punto $(p = 2)$ al s de interés

$$\therefore |G(2j)| = \frac{K \cdot |z_1| \cdot |z_2| \cdot |z_3| \dots |z_n|}{2 \cdot |p_1| \dots |p_n|}$$



$$p = 2 + 2j$$

$$|p| = 2$$

La forma de calcularlo gráficamente se corresponde con la analítica evaluar $G(2j)$ ya eso averiguan el modulo

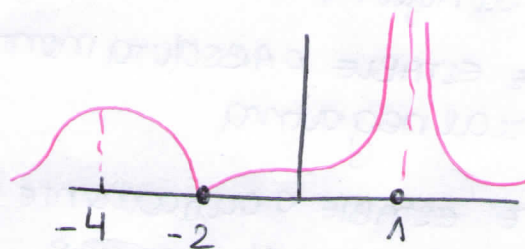
$$\theta = \arg [G(s)] = \sum \arg \text{ceros} - \sum \arg \text{polos}$$

Conteo por el eje real

los ceros son puntos ($z = -2$)

Asintotas en polos reales ($p = 1$)

porque ($p = 4 + j$)



SISTEMAS ESTABLES

$$\text{FUNCION TRANSFERENCIA: } X(s) = G(s) \cdot F(s)$$

Salida
Respuesta

F.T

Entrada

Excitación

(TIPO)

La forma de la respuesta me fijo en $y(t)$

dependera fundamentalmente de los polos de $X(s)$

1: POLOS REALES

→ p pueden ser neg, pos o ceros

$$x(t) = A e^{p_1 t} + B e^{p_2 t} \quad (\text{Respuesta})$$

p(pos) apertan exponencial creciente Polo Real POSITIVO

p(neg) apertan exponencial decreciente " " NEGATIVO

p(ceros) apertan una constante. Polo en origen (polo nulo y simple)

P.R.P: crece indefinidamente al transcurrir el tiempo

Polos Complejos Conjugados

★ parte real α negativa

Respuesta **OSCILATORIA AMORTIGUADA** y a medida que pasa el tiempo se acerca a un valor fijo. Para averiguarlo uso el Teorema de V. final
 $\lim_{s \rightarrow 0} F(s)$

★ parte real cero

OSCILATORIA PURA (amplitud cre) No hay nada que produzca amortiguamiento.

★ parte real positiva

sera una oscilatoria de amplitud cada vez mayor. Crece indefinidamente al transcurrir t.

ESTABILIDAD DE UN SISTEMA (TIPOS) Me fijo en $G(s)$
 Cuando los polos tengan parte real negativa (o nula si son simples)

★ **Asintoticamente ESTABLE** o **ABSOLUTAMENTE ESTABLE**
 Solo polos con parte real negativa

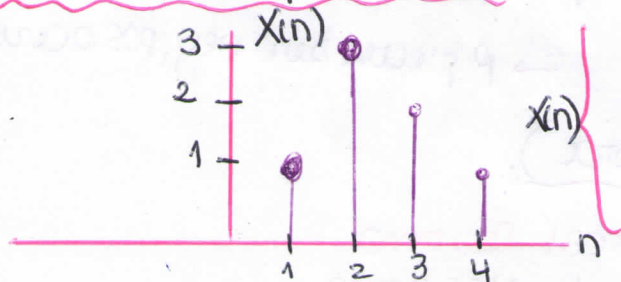
★ **Marginalmente ESTABLE** o **CRITICAMENTE ESTABLE**.
 polos con parte neg (real) y uno/dos con cero.

★ **INESTABLE**
 polo con parte positiva

SA LIDA = TRANSFERENCIA · Entrada

Transformada Z

Señales de tiempo discreto



1 si $n=1 \vee n=4$
 3 $n=2$
 2 $n=3$

ELEMENTALES DE V. Discreta

- Impulso unitario
- Escalon unitario
- Rampa unitaria

$$Z[x(n)] = \sum_{n=0}^{\infty} x(n) \cdot z^{-n} = X(z)$$

trata de llegar $\sum \left(\frac{a}{z}\right)^n$

$$\sum_{n=0}^{\infty} 1 \cdot z^{-n} = \sum \left(\frac{1}{z}\right)^n = \frac{1}{1 - \frac{1}{z}} = \frac{z}{z-1}$$

$$x(n) \begin{cases} 2 & n=1 \\ 1 & 1 < n < 4 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad \sum_{n=0}^{\infty} x(n) \cdot z^{-n} = 2 \cdot z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} = \frac{2}{z} + \frac{2}{z^2} + \frac{3}{z^3}$$

$$x(n) \begin{cases} 1 & n \text{ par} \\ 0 & n \text{ impar} \end{cases} \quad \sum (x(n) \cdot z^{-n}) = \sum 1 \cdot z^{-2n} = \sum \left(\frac{1}{z^2}\right)^n = \sum \left(\frac{1}{z^2}\right)^n = \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{z^2}\right)}$$

Cuando **ANTI TRANSFORMO** $z \cdot z^{-1}(\dots)$ dejas una z afuera para que se multiplique dsp.

$$Z(x_{n+1}) = z \cdot X(z) - z x(0)$$

$$Z(x_{n+2}) = z^2 X(z) - z^2 x(0) - z x(1)$$

$$Z(x_{n-a}) = z^{-a} X(z) \quad a \in \mathbb{N}$$

Definida positiva

Si todos los determinantes son positivos

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \Rightarrow |a| > 0, \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} > 0 \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} > 0$$

Si es Definida positiva $\Rightarrow$ todos los autovalores son positivos

Si es Simétrica $\Rightarrow \|A\|_1 = \|A\|_{\infty}$

Hay ecuaciones de complejos que: igualas parte real (obtenes un x o mas) y luego la parte imp (obtenes y) y con $z = x + yj$ armo las soluciones

$S(x) = y$. En la función es discontinua y tomar el valor medio de selto o sea el promedio de los lim laterales