

EXÁMENES PARCIALES Y FINALES DE ANÁLISIS MATEMÁTICO I
ANÁLISIS MATEMÁTICO I – ANUAL - Primer Parcial –TURNO
MAÑANA

APELLIDO NOMBRE:.....CURSO:.....

CORRIGIÓ:.....REVISÓ:.....

1	2	3	4	5	NOTA

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

NO puede utilizar calculadoras programables

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas:** ya sea mostrando un contraejemplo o proporcionando un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce, según corresponda.

✓a) Entre todos los números positivos x e y , cuyo producto es 121, la suma es máxima para $x = y = 11$.

✓b) La imagen de $f(x) = x^2 - 5x + 6$ es el conjunto de los $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$.

✓2) Pruebe que $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

✓3) Para la función $f(x) = 3x - x^3$ determine los intervalos de

✓a) positividad y negatividad

✓b) crecimiento y decrecimiento.

✓4) Halle, de ser posible, los coeficientes $a, b, c \in \mathbb{R} / \exists g''(1)$ si

$$g(x) = \begin{cases} \ln x & x \geq 1 \\ a(x-1)^2 + b(x-1) + c & x < 1 \end{cases}$$

✓5) Determine un valor aproximado de $\sin 10^\circ$ empleando un polinomio de Taylor de 3º grado y estime una cota del error cometido. Justifique su razonamiento.

① ② $xy = 121$

$$y = \frac{121}{x}$$

$$A = x + y$$

$$A(x) = x + \frac{121}{x}$$

$$A'(x) = 1 - \frac{121}{x^2} = 0$$

$$1 = \frac{121}{x^2} \Rightarrow x^2 = 121$$

$$x = \pm 11$$

$$x = 11$$

$$11 \cdot 11 = 121$$

VERDADERO.

⑥ $f(x) = x^2 - 5x + 6$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$2a$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$\frac{5 \pm 1}{2}$$

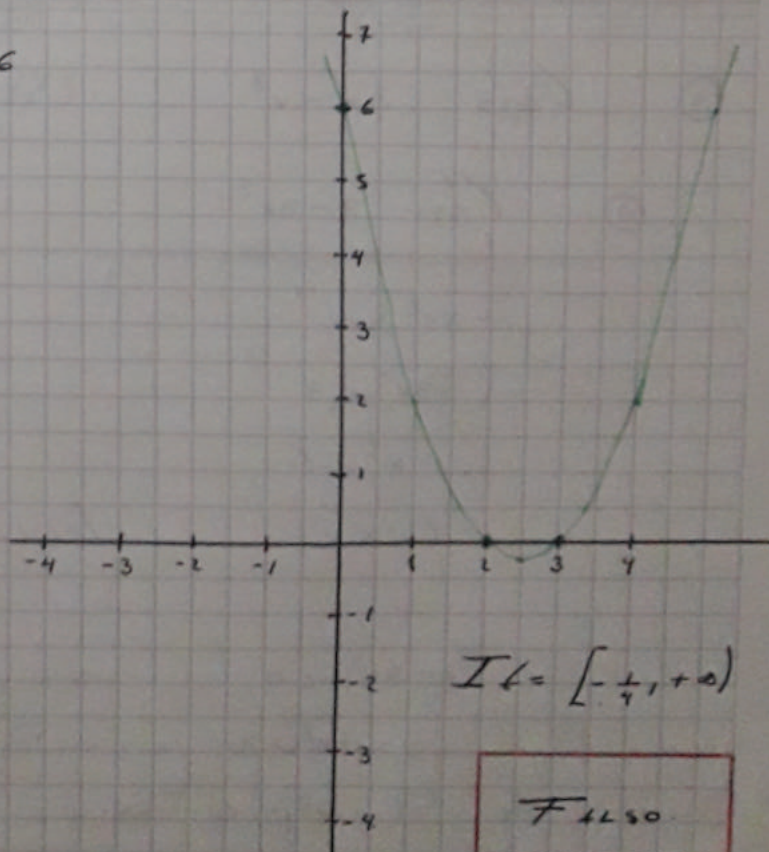
$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 2$$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2}$$

$$y_v = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{2}\right) + 6$$

$$y_v = -\frac{1}{4}$$



FALSO.

$$\textcircled{2} \quad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2 = 1.$$

$$\frac{(e^x)^2 + 2e^x e^{-x} + (e^{-x})^2}{4} - \frac{(e^x)^2 - 2e^x e^{-x} + (e^{-x})^2}{4} = 1.$$

$$\frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4} - \frac{e^{2x} - 2 + e^{-2x}}{4}$$

$$\frac{e^{2x}}{4} + \frac{1}{2} + \frac{e^{-2x}}{4} - \frac{e^{2x}}{4} + \frac{1}{2} - \frac{e^{-2x}}{4} = 1.$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

$$1 = 1.$$

$$\textcircled{3} \quad f(x) = 3x - x^3$$

$$\textcircled{a} \quad f'(x) = 3 - 3x^2.$$

$$3 - 3x^2 > 0.$$

$$3x^2 < 3.$$

$$x^2 < 1.$$

$$-1 < x < 1.$$

$[-1, 1]$ LA FUNCIÓN ES CRECIENTE.

$$3 - 3x^2 < 0.$$

$$3x^2 > 3.$$

$$x^2 > 1. \Rightarrow x > 1 \vee x < -1.$$

$(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ LA FUNCIÓN
DECRECIENTE.

ANALIZO INTERVALOS DE POSITIVIDAD Y NEGATIVIDAD.

INTERVALO DE POSITIVIDAD:

$$3x - x^3 > 0$$

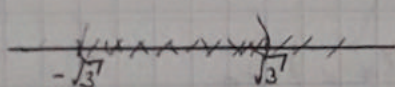
$$x(3 - x^2) > 0$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad 3 - x^2 > 0$$

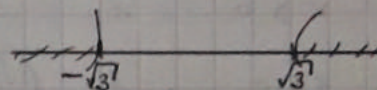
$$x > 0 \quad \wedge \quad (\sqrt{3} + x)(\sqrt{3} - x) > 0$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad \sqrt{3} + x > 0 \quad \wedge \quad \sqrt{3} - x > 0 \quad \vee \quad \sqrt{3} + x < 0 \quad \wedge \quad \sqrt{3} - x < 0$$

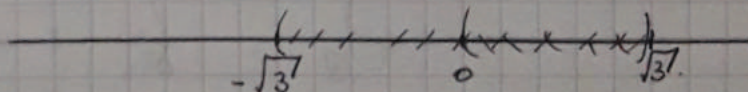
$$x > 0 \quad \wedge \quad x > -\sqrt{3} \quad \wedge \quad x < \sqrt{3} \quad \vee \quad x < -\sqrt{3} \quad \wedge \quad x > \sqrt{3}$$



$(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$



$\emptyset$



$[0, \sqrt{3}]$

$$3x - x^3 > 0$$

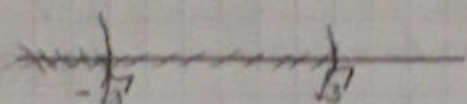
$$x(3 - x^2) > 0$$

$$x < 0 \quad \wedge \quad 3 - x^2 < 0$$

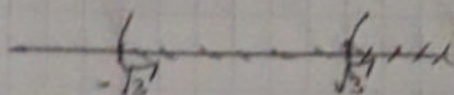
$$x < 0 \quad \wedge \quad (\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x) < 0$$

$$x < 0 \quad \wedge \quad \sqrt{3} - x > 0 \quad \wedge \quad \sqrt{3} + x < 0 \quad \vee \quad \sqrt{3} - x < 0 \quad \wedge \quad \sqrt{3} + x > 0$$

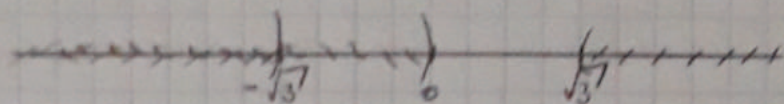
$$x < 0 \quad \wedge \quad x < \sqrt{3} \quad \wedge \quad x < -\sqrt{3} \quad \vee \quad x > \sqrt{3} \quad \wedge \quad x > -\sqrt{3}$$



$$(-\infty, -\sqrt{3})$$



$$(\sqrt{3}, +\infty)$$



$$(-\infty, -\sqrt{3})$$

$$I_{\text{POSITIVIDAD}} = (-\infty, -\sqrt{3}] \cup [0, \sqrt{3}].$$

INTERVALO DE NEGATIVIDAD:

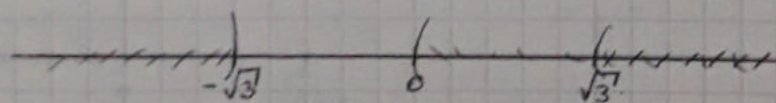
$$3x - x^3 < 0$$

$$x(3 - x^2) < 0.$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad 3 - x^2 < 0.$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad (\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x) < 0.$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$$

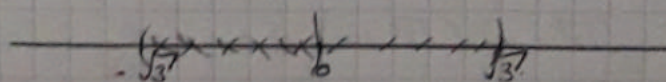


$$(\sqrt{3}, +\infty)$$

$$x(3 - x^2) < 0.$$

$$x < 0 \quad \wedge \quad 3 - x^2 > 0.$$

$$x < 0 \quad \wedge \quad (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$$



$$(-\sqrt{3}, 0)$$

$$I_{\text{NEGATIVIDAD}} = (-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$$

$$② \quad f(x) = \begin{cases} \ln x & x \geq 1 \\ a(x-1)^2 + b(x-1) + c & x < 1 \end{cases}$$

$$f(1) = \ln 1 = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln x = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} a(x-1)^2 + b(x-1) + c = c \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} c = 0.$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \geq 1 \\ 2a(x-1) + b & x < 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2a(x-1) + b = b \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} b = 1.$$

$$f''(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & x \geq 1 \\ 2a & x < 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} -\frac{1}{x^2} = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2a = 2a \quad \left. \begin{array}{l} 2a = -1 \\ a = -\frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & x \geq 1 \\ -\frac{1}{2}(x-1)^2 + x - 1 & x < 1 \end{cases}$$

⑤

$$\text{sen } 10^\circ \approx 0,173648$$

$$\begin{aligned} \pi &\rightarrow 180^\circ \\ \frac{\pi}{18} &\rightarrow 10^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \text{sen } x \Rightarrow f(x_0) = \text{sen } \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \quad x_0 = \frac{\pi}{6} \\ f'(x) &= \cos x \Rightarrow f'(x_0) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ f''(x) &= -\text{sen } x \Rightarrow f''(x_0) = -\text{sen } \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \\ f'''(x) &= -\cos x \Rightarrow f'''(x_0) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ f^{(4)}(x) &= \text{sen } x \Rightarrow \end{aligned}$$

$$P(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3$$

$$P(x) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}(x - \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{6})^2 - \frac{\sqrt{3}}{3!}(x - \frac{\pi}{6})^3$$

$$P(x) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}(x - \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{4}(x - \frac{\pi}{6})^2 - \frac{\sqrt{3}}{12}(x - \frac{\pi}{6})^3$$

$$P(\frac{\pi}{18}) = \frac{1}{2} + \dots$$

$$P(\frac{\pi}{18}) = 0,173377$$

$$\frac{f^{(n+1)}(x)}{(n+1)!} (x-x_0)^{n+1} < \epsilon$$

$$\frac{\text{sen } c}{4!} (x - \frac{\pi}{6})^4 < \epsilon$$

$$\text{sen } c \cdot 6,18 \cdot 10^{-4} < \epsilon$$

$$\frac{\pi}{18} < c < \frac{\pi}{6}$$

$$\text{sen } \frac{\pi}{18} < \text{sen } c < \text{sen } \frac{\pi}{6}$$

$$\text{sen } \frac{\pi}{18} < \text{sen } c < \frac{1}{2}$$

Agosti

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

WOLFF 4-4

FECHA 26/05/2011.

$$\operatorname{Sen} \frac{\pi}{18} \cdot 6,18 \cdot 10^{-4} < \operatorname{Sen} C \cdot 6,18 \cdot 10^{-4} < \frac{1}{2} 6,18 \cdot 10^{-4}$$

$$\operatorname{Sen} \frac{\pi}{18} \cdot 6,18 \cdot 10^{-4} < 6,18 \cdot 10^{-4} \operatorname{Sen} C < 3,09 \cdot 10^{-4}.$$

$$E < 3,09 \cdot 10^{-4}.$$

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – Parcial Parte A - Cuatrimestral

PRIMER CUATRIMESTRE 2007

SÁBADO - TURNO MAÑANA

19-05-07

APELLIDO NOMBRE: CURSO: R-1° 023

CORRIGIÓ: Ing° Kraisman

REVISÓ: Prof. M° I° Cavallaro

1	2	3	4	5	NOTA

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

NO puede utilizar calculadoras programables

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas:** si es F alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a) Si $f'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, entonces $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}} = 1$.

2) Determine la función polinómica $h(x) = mx^2 + nx + p$ si se sabe que la gráfica de h pasa por el punto $(1, 12)$ y que la recta tangente a la misma en $(-2, 3)$ es horizontal. Justifique su respuesta.

3) a) Determine el dominio D de la función $f(x) = \frac{(x-1)|x-2|}{x^3 - 3x^2 + 2x} \cdot \sin(4x)$.

b) Analice la continuidad de la función $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in D \\ 1 & \text{si } x \notin D \end{cases}$

No olvide justificar sus respuestas.

4) Dada $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$ determinar, si existen, extremos relativos e intervalos de concavidad y convexidad. Justifique su respuesta analíticamente.

5) Dadas $f(x) = \lg x - 1$ y $h(x) = \frac{\pi}{4} - x$

analice para qué valores de x ambas funciones son infinitésimos simultáneos y determine cuál de ellos es de mayor orden.

④ ③ $f(x) = e^x - 1$ $Df = \mathbb{R}$

$$f'(x) = e^x$$

$$f'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$f_{(-1)} = e^{-1} - 1 = \frac{1}{e} - 1 < 0$$

Falso.

⑥ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}} = 1 \Rightarrow \frac{0}{0} \rightarrow L'H$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{\cos x}}(-\sin x)}{\sin \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}}{\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}} \cdot \frac{2\sqrt{x}}{\sin \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} \sin x}{\sqrt{\cos x} \sin \sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \sin x}{\sqrt{\cos x} \cdot \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}} = \frac{\overbrace{\sin x}^{0}}{\underbrace{\sqrt{\cos x}}_{\rightarrow 1} \cdot \underbrace{\frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}}_{\rightarrow 1}} = 0$$

Falso.

$$\textcircled{2} \quad h(x) = mx^2 + nx + p.$$

$$h(1) = m + n + p = 12.$$

$$m + n + p = 12. \quad (3)$$

$$h(-2) = 4m - 2n + p = 3.$$

$$4m - 2n + p = 3. \quad (2)$$

$$h'(x) = 2mx + n$$

$$h'(-2) = -4m + n = 0.$$

$$-4m + n = 0. \quad (1)$$

$$n = 4m.$$

REEMPLAZO EN (2).

$$4m - 2 \cdot 4m + p = 3.$$

$$4m - 8m + p = 3.$$

$$p = 3 + 4m.$$

REEMPLAZO EN (3)

$$m + 4m + 3 + 4m = 12.$$

$$9m = 9.$$

$$m = 1.$$

$$n = 4$$

$$p = 3 + 4 \cdot 1 = 7.$$

$$h(x) = x^2 + 4x + 7.$$

PASA POR (1, 12)

f' ES CERO EN.

(-2, 3)

PASA (-2, 3)

$$\textcircled{3} \quad f(x) = \frac{(x-1)|x-2|}{x^3 - 3x^2 + 2x} \cdot \text{sen } 4x.$$

$$f(x) = \frac{(x-1)|x-2|}{x(x^2 - 3x + 2)}$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2}$$

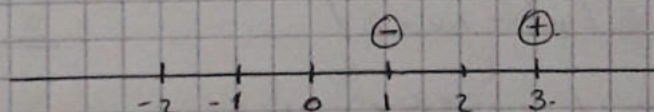
$$\frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 1$$

$$f(x) = \frac{(x-1)\cancel{|x-2|}}{x(x-2)(x-1)} \cdot \text{sen } 4x.$$

$$f(x) = \frac{|x-2|}{x(x-2)} \cdot \text{sen } 4x.$$



$$f(x) = \begin{cases} -\frac{(x-2)\cancel{|x-2|}}{x(x-2)} \cdot \text{sen } 4x & x < 2 \\ \frac{x-2}{x(x-2)} \cdot \text{sen } 4x & x > 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{\text{sen } 4x}{x} & x < 2 \\ \frac{\text{sen } 4x}{x} & x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} -\frac{\sin 4x}{x} = -\frac{4 \sin 4x}{4x} = -4.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 4x}{x} = \frac{4 \sin 4x}{4x} = 4.$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -4 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4 \end{array} \right\} \neq \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} -\frac{\sin 4x}{x} = < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sin 4x}{x} = > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) > 0 \end{array} \right\} \neq \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$Df = \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 1} -\frac{\sin 4x}{x} = -\sin 4$$

$g(x)$ PRESENTA UNA DISCONTINUIDAD EN $x=1$ CON SALTO FINITO.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq g(1)$$

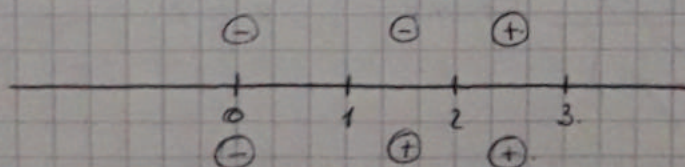
$$(4) f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{2} \quad \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2}$$

$$f(x) = \frac{(x-2)(x-1)}{2}$$

$$\frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 1.$$



$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & x < 1 \text{ or } x > 2 \\ -x^2 + 3x - 2 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x < 1 \text{ o } x > 2 \\ -2x + 3, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x - 3 = 2 - 3 = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} -2x + 3 = -2 + 3 = 1.$$

$$\neq \lim_{x \rightarrow 1} f'(x).$$

$x = 1$ PUNTO CRÍTICO.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} 2x - 3 = 4 - 3 = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} -2x + 3 = -4 + 3 = -1.$$

$$\neq \lim_{x \rightarrow 2} f'(x).$$

$x = 2$ PUNTO CRÍTICO.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow$$

$$2x - 3 = 0.$$

$$x = \frac{3}{2}.$$

$$-2x + 3 = 0.$$

$$x = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}.$$

$x = \frac{3}{2}$ PUNTO CRÍTICO.

$$f''(x) = \begin{cases} 2, & x < 1 \text{ o } x > 2 \\ -2, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$f''\left(\frac{3}{2}\right) = -2 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ MÁXIMO LOCAL.}$$

~~Curva~~

$$x = 1$$

$$x = 2$$

MÍNIMOS RELATIVOS.

$$(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

$$(1, 2)$$

CÓNCAVA.

CÓNVEXA.

$$⑤ \quad f(x) = \tan x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan x - 1 = 0.$$

$$h(x) = \frac{\pi}{4} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\pi}{4} - x = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{\frac{\pi}{4} - x} \Rightarrow \frac{0}{0} \Rightarrow L'H.$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{-1} = \frac{-1}{\cos^2 x} = \frac{-1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{-1}{\frac{2}{4}} = -2$$

SON INFINITÉSIMOS PARA $x = \frac{\pi}{4}$.

Y COMO $K \neq 0$ Y $K \neq 0 \Rightarrow$ INFINITÉSIMOS
SIMULTANEOS DEL MISMO ORDEN.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – ANUAL – JUEVES - TURNO NOCHE

APELLIDO NOMBRE: CURSO:

CORRIGIÓ: REVISÓ:

1	2	3	4	5	NOTA

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

NO puede utilizar calculadoras programables

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

✓1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). Justifique las respuestas: ya sea mostrando un contraejemplo o proporcionando un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce, según corresponda.

✓a) La función g , derivable, es tal que $g'(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x}}$, tiene como tangente en el punto $(4, -1)$ a la recta $3x - 2y - 16 = 0$.

✓b) Si es $h: D_h \rightarrow \mathbb{R} / h(x) = \sqrt{\frac{4x-6}{1+x}}$ y $f: D_f \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{\sqrt{4x-6}}{\sqrt{1+x}}$ entonces $D_h = D_f$.

✓2) Sea $f(x) = 2x - 3$, obtenga $g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tales que $f(g(x)) = x + 7$ y $h(f(x)) = x + 7$, $\forall x \in \mathbb{R}$. No olvide justificar su respuesta.

✓3) Dada $f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 6x + 8}$

✓a) estudie la continuidad de f

✓b) halle todas sus asíntotas lineales.

✓4) Determine algún valor real de k tal que $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{k^2}{x-6} \forall x \in [2, 3]$ satisfaga las hipótesis del teorema de Bolzano.

✓5) El polinomio de Taylor de 2º orden en $x = 1$, asociado a $f(x)$ es $P(x) = 3 - 2(x-1) + 5(x-1)^2$.

Si $g(x) = f(x^2)$, determine $g''(1)$. Justifique su razonamiento.

Acosta

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

1-3

26/05/2011.

① ③

$$g(x) / g'(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x}}$$

(4, -1)

$$\text{su } g_T \Rightarrow 3x - 2y - 16 = 0$$

$$g'(4) = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 + 1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$g_T = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$g_T = -1 + \frac{3}{2}(x - 4)$$

$$g_T = -1 + \frac{3}{2}x - 6$$

$$g_T = \frac{3}{2}x - 7$$

$$y - \frac{3}{2}x + 7 = 0$$

Falso.

⑥

$$h(x) = \sqrt{\frac{4x-6}{1+x}}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x-6}}{\sqrt{1+x}}$$

$$h(x) = f(x)$$

$$\left(\sqrt{\frac{4x-6}{1+x}} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{4x-6}}{\sqrt{1+x}} \right)^2$$

$$\frac{4x-6}{1+x} = \frac{4x-6}{1+x}$$

$$1 = 1$$

Verdadero.

Las funciones son iguales.

Por lo tanto su dominio es igual

② $f(x) = 2x - 3$.

$h(f(x)) = x + 7$

COMPOSICIÓN DE CONTINUAS ES CONTINUA.

$h(x) = ax + b$.

$h(f(x)) = a(2x - 3) + b = x + 7$.

$2ax - 3a + b = x + 7$.

$2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$.

$-3a + b = 7$.

$-3 \cdot \frac{1}{2} + b = 7$.

$b = 7 + \frac{3}{2} \Rightarrow b = \frac{17}{2}$.

$h(x) = \frac{1}{2}x + \frac{17}{2}$.

COMPROBACIÓN:

$h(f(x)) = \frac{1}{2}(2x - 3) + \frac{17}{2}$

$x - \frac{3}{2} + \frac{17}{2} = x + 7$

$f(g(x)) = x + 7$.

$2g(x) - 3 = x + 7$.

$g(x) = \frac{x + 7 + 3}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{x}{2} + 5$.

COMPROBACIÓN:

$f(g(x)) = 2\left(\frac{x}{2} + 5\right) - 3 = x + 10 - 3 = x + 7$.

$g(x) = \frac{x}{2} + 5$.

③ ② $f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 6x + 8}$

$$x^2 - 6x + 8 = 0.$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2}$$

$$\frac{6 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 2.$$

La función es continua excepto en.

$x = 4$ y $x = 2$. donde presenta dis-

continuidades no evitables con salto infinito.

⑥ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 6x + 8} = 1.$

$$y = 1 \quad \text{A.H.}$$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 6x + 8} = -\infty.$

$$x = 2 \quad \text{A.V.}$$

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 6x + 8} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{L'H.}$

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 4}{2x - 6} = \frac{8 - 4}{8 - 6} = \frac{4}{2} = 2.$

$$④ \quad f(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^2}{x-6} \quad [2, 3]$$

$$a = 2.$$

$$b = 3.$$

$$f_{(2)} = \frac{1}{2} + \frac{x^2}{2-6} = \frac{1}{2} - \frac{x^2}{4} = \frac{2-x^2}{4}$$

$$f_{(3)} = \frac{1}{3} + \frac{x^2}{3-6} = \frac{1}{3} - \frac{x^2}{3} = \frac{1-x^2}{3}$$

BOLZANO DICE:

$$f_{(2)} \cdot f_{(3)} < 0.$$

$$\frac{2-x^2}{4} \cdot \frac{1-x^2}{3} < 0.$$

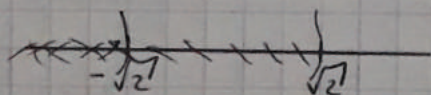
$$(2-x^2)(1-x^2) < 0.$$

$$2-x^2 < 0 \quad \wedge \quad 1-x^2 > 0.$$

$$(\sqrt{2}+x)/(\sqrt{2}-x) < 0 \quad \wedge \quad (1+x)/(1-x) > 0.$$

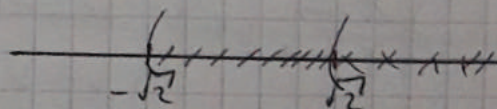
$$\sqrt{2}+x < 0 \quad \wedge \quad \sqrt{2}-x > 0 \quad \vee \quad \sqrt{2}+x > 0 \quad \wedge \quad \sqrt{2}-x < 0.$$

$$x < -\sqrt{2} \quad \wedge \quad x < \sqrt{2} \quad \vee \quad x > -\sqrt{2} \quad \wedge \quad x > \sqrt{2}.$$



$$(-\infty, -\sqrt{2})$$

$\vee$



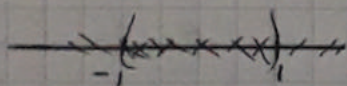
$$(\sqrt{2}, +\infty)$$

$\vee$

$$* \quad (1+x)/(1-x) > 0.$$

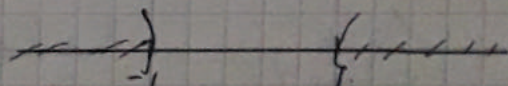
$$1+x > 0 \quad \wedge \quad 1-x > 0 \quad \vee \quad 1+x < 0 \quad \wedge \quad 1-x < 0.$$

$$x > -1 \quad \wedge \quad x < 1 \quad \vee \quad x < -1 \quad \wedge \quad x > 1.$$

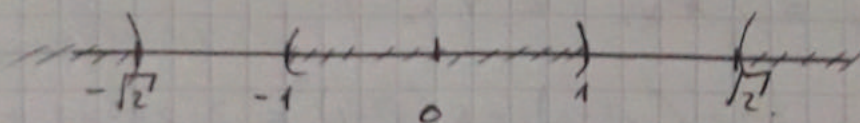


$$(-1, 1)$$

$\vee$



$\neq$



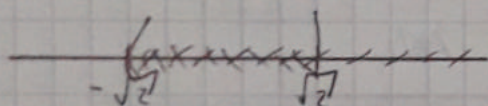
#

$$2 - k^2 > 0 \quad \wedge \quad 1 - k^2 < 0 \quad *$$

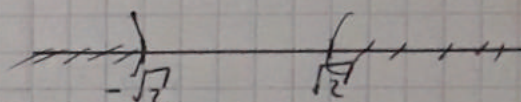
$$(\sqrt{2} + k)(\sqrt{2} - k) > 0 \quad \wedge \quad (1 + k)(1 - k) < 0.$$

$$\sqrt{2} + k > 0 \quad \wedge \quad \sqrt{2} - k > 0 \quad \vee \quad \sqrt{2} + k < 0 \quad \wedge \quad \sqrt{2} - k < 0.$$

$$k > -\sqrt{2} \quad \wedge \quad k < \sqrt{2} \quad \vee \quad k < -\sqrt{2} \quad \wedge \quad k > \sqrt{2}.$$



v



$$(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

#

*

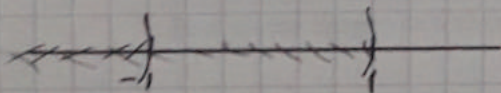
$$(1 + k)(1 - k) < 0.$$

$$1 + k < 0 \quad \wedge \quad 1 - k > 0$$

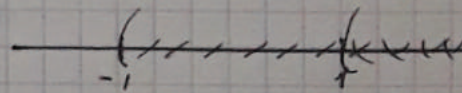
$$\vee \quad 1 + k > 0 \quad \wedge \quad 1 - k < 0.$$

$$k < -1 \quad \wedge \quad k < 1$$

$$\vee \quad k > -1 \quad \wedge \quad k > 1.$$



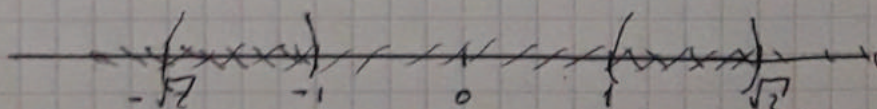
v



$$(-\infty, -1)$$

v

$$(1, +\infty)$$



$$k \in [-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}].$$

$$⑤ \quad P(x) = 3 - 2(x-1) + 5(x-1)^2.$$

$$f(x) \approx P(x) \quad \text{si } x_0 = 1.$$

Corregido 12/10/2019

$$P(x) = 3 - 2(x^2 - 1) + 5(x^2 - 1)^2 = 3 - 2x^2 + 2 + 5(x^4 - 2x^2 + 1) \\ = -2x^2 + 5 + 5x^4 - 10x^2 + 5 = 5x^4 - 12x^2 + 10.$$

$$P'(x) = 20x^3 - 24x$$

$$P''(x) = 60x^2 - 24$$

$$P'''(x) =$$

$$f'''(x) = \dots = f'''(x) = \dots$$

$$f'''(1) = 34.$$

TEMA 2 - VIERNES MAÑANA

CURSO:

NOMBRE Y APELLID:

CORRIGIÓ: SUPERVISÓ:

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto.

✓1) Indique si cada una de las siguientes afirmaciones es Verdadera o Falsa.

Justifique su respuesta.✓c) No existe ninguna función definida para todo x que verifique $f(x) = \frac{1}{f(-x)}$.✓b) $\exists \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \wedge \exists \lim_{x \rightarrow a} g(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$ ✓2) Justifique la siguiente igualdad: $-\frac{5}{6} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x)$.✓3) Si $f(x) \leq g(x), \forall x \in \mathbb{R}$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} [3g(2x) - 10]$. Justifique.4) Determine $n \in \mathbb{Z}$ / exista $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ si es $f(x) = \begin{cases} (x+1)^n \operatorname{sen}^2 \frac{1}{x+1} & \text{si } x > -1 \\ |x+1| & \text{si } x \leq -1 \end{cases}$ **Justifique su respuesta.**5) Dada $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

a) Exprésela como composición de tres funciones indicando, si fuera necesario, las restricciones de dominio realizadas

b) El conjunto imagen de $f(x)$ ¿es acotado? Justifique.

①

②

$$f(x) = \frac{1}{f(-x)}$$

$$f(x) \cdot f(-x) = 1$$

$$\text{Si } f(x) = 1$$

$$f(-x) = 1$$

$$f(x) \cdot f(-x) = 1$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

FALSO.

③

$$f(x) = 2(x+3)(x-1) =$$

$$f(x) = (2x+6)(x-1) = (2x^2 - 2x + 6x - 6)$$

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6$$

$$g(x) = 2(x+4)(x-1)$$

$$g(x) = (2x+8)(x-1)$$

$$g(x) = 2x^2 - 2x + 8x - 8$$

$$g(x) = 2x^2 + 6x - 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 1}$$

$$\frac{2x^2 + 4x - 6}{2x^2 + 6x - 8} = \frac{2+4-6}{2+6-8} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{L'H.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1}$$

$$\frac{4x+4}{4x+6} = \frac{4+4}{4+6} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1}$$

$$2x^2 + 6x - 8 = 2+6-8 = 0$$

FALSO.

$$\textcircled{2} \quad -\frac{5}{6} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^3 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 5x + 6} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 5x + 6} - x \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6} + x}{\sqrt{x^2 - 5x + 6} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5x + 6 - x^2}{\sqrt{x^2 - 5x + 6} + x}$$

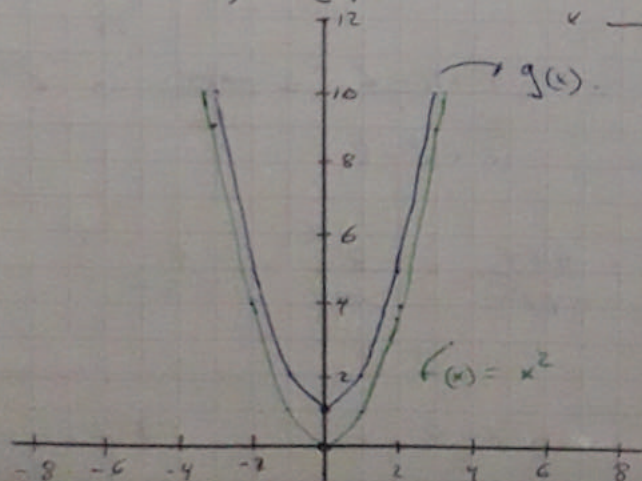
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x + 6}{\sqrt{x^2 - 5x + 6} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{5x}{x} + \frac{6}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{5x}{x^2} + \frac{6}{x^2}} + \frac{x}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5 + \frac{6}{x}}{\sqrt{1 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}} + 1} = -\frac{5}{2}$$

$$-\frac{5}{6} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^3 - 1}{x} = \frac{-\infty}{+\infty} \Rightarrow \text{L'H.}$$

$$-\frac{5}{6} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3(x+1)}{1} = -\frac{5}{6} \cdot 3 = -\frac{5}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad f(x) \leq g(x) \quad \wedge \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$



$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = x^2 + 1$$

$$x^2 < x^2 + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$$

AGOSTI

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

2-2
07/05/2011

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [3g(x) - 10]$$

$$g(x) = x^2 + 1$$

$$g(2x) = (2x)^2 + 1$$

$$g(x) = 4x^2 + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 4x^2 + 1 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [3 \underbrace{g(x)}_{\rightarrow +\infty} - 10] = +\infty$$

(4)

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^n \operatorname{sen}^2 \frac{1}{x+1} & x > -1 \\ |x+1| & x \leq -1 \end{cases}$$

$$|x+1| = \begin{cases} x+1 & x \geq -1 \\ -x-1 & x < -1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^n \operatorname{sen}^2 \frac{1}{x+1} & x > -1 \\ -x-1 & x \leq -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \underbrace{(x+1)^n}_{\rightarrow 0} \underbrace{\operatorname{sen}^2 \left(\frac{1}{x+1} \right)}_{\text{Acotada}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} -x-1 = 0$$

$n > 0$

$n \in \mathbb{Z}$

⑤ ② $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

$h(x) = \frac{1}{x}$

$f(x) = \sqrt{x}$

$g(x) = 1+x^2$

$h[f[g(x)]] = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

$D f(x) = \mathbb{R}$

⑥ No es ACOTADO EL CONJUNTO IMAGEN.

$I = [0, 1]$

$(-1, +\infty) \cup (1, +\infty)$

13/10/2014

ANÁLISIS MATEMÁTICO I - Parcial Parte A - Cuatrimestral
TEMA 2 MARTES 3-05-2005 - TURNO MAÑANA

APELLIDO NOMBRE: _____ CURSO: _____

CORRIGIÓ: _____ REVISÓ: _____

1	2	3	4	5	NOTA

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta
Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1. Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). Justifique las respuestas: si es F, alcance con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

? a. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \lg(2x) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1}{2}$

HE DA 1

? b. Si f y g son funciones continuas y crecientes en $[a, +\infty)$, $a \in \mathbb{R}$, no es posible encontrar en ese intervalo algún valor de x para el cual ambas funciones sean infinitésimos simultáneos.

LO HICE BIEN O MAL NO SE ✓ 2. Sea la función definida por $h(x) = \frac{e^{x+1} \cdot \cos(3x^2 - 3) + \sqrt{-4x}}{x}$. Determine el dominio de h y encuentre la ecuación de la recta normal al gráfico de h en $x = -1$.

? 3. Demuestre, usando la definición, que $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7}{g(x)} = \infty$.

4. Halle, si existen, a y $b \in \mathbb{R}$ para los cuales la función r dada por

$$r(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{3x} + 2x & \text{si } x > 0 \\ 3 & \text{si } x = 0 \text{ verifica las hipótesis del teorema de los valores intermedios.} \\ \frac{e^{2x} - 1}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$a = 1,34$ y $b = 3,34$?
 $b = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$

5. Dada la función $g: A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $g(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-5}}$. Obtenga el conjunto A e investigue qué valor real debe asumir el parámetro K para que la recta de ecuación $y = Kx + N$ sea tangente al gráfico de g en el punto $x = 3$.

$A = (-\infty, -2,23) \cup (2,23, +\infty)$

CALCULO LAS DERIVADA

OBTIENE $y = -\frac{5}{8}x + \frac{23}{8}$ RECTA TANGENTE

E IGUALO LAS PENDIENTES

$K = -\frac{5}{8}$?

① ② $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan(2x) \cdot \cot\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{L'H.}$$

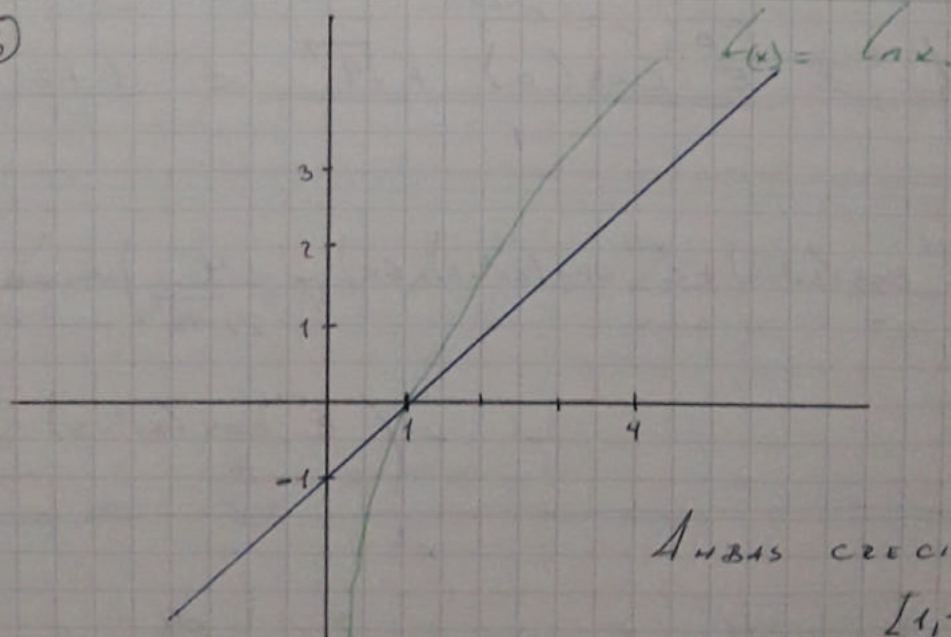
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \cos 2x \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \sin 2x \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)}{2 \cos 2x \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos 2x \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)}$$

$$\frac{-2 \sin 2x \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos 2x \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)}{-2 \cos 2x \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos 2x \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)}$$

$$\frac{2-1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

FALSO.

⑥



$$f(x) = \ln x$$

$$g(x) = x-1$$

$$[1, 4]$$

AMBAS CRECIENTES EN
[1, 4]

$$\lim_{x \rightarrow 1} \ln x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} x-1 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x-1} \Rightarrow \frac{-\infty}{-\infty} \Rightarrow \text{L'H.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x}}{1} = 1$$

$$L=1.$$

$f(x)$ y $g(x)$ SON INFINITESIMOS EQUIVALENTES.

FALSO.

$$(2) \quad h(x) = \frac{e^{x+1} \cos(3x^2-3) + \sqrt{-4x}}{x}.$$

$$Dh = (-\infty, 0)$$

$$h(-1) = \frac{\overset{\vec{0}}{e^0} \overset{\vec{0}}{\cos(0)} + \sqrt{4}}{-1} = \frac{1+2}{-1} = -3$$

$$h'(x) = \left((e^{x+1} \cos(3x^2-3) + e^{x+1} \sin(3x^2-3) \cdot 6x - \frac{4}{2\sqrt{-4x}}) \cdot x - (e^{x+1} \cos(3x^2-3) + \sqrt{-4x}) \cdot 1 \right) \cdot x^2.$$

$$\frac{x e^{x+1} \cos(3x^2-3) - 6x^2 e^{x+1} \sin(3x^2-3) - \frac{2x}{\sqrt{-4x}} - e^{x+1} \cos(3x^2-3) - \sqrt{-4x}}{x^2}$$

$$\frac{e^{x+1} (x \cos(3x^2-3) - 6x^2 \sin(3x^2-3) - \cos(3x^2-3)) - \frac{2x}{\sqrt{-4x}} - \sqrt{-4x}}{x^2}$$

AGOSTO

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

2-3
07/05/2011.SACANDO FACTOR COMÚN x :

$$\frac{e^{x+1} \cos(3x^2-3) - 6x e^{x+1} \sin(3x^2-3) - \frac{2}{\sqrt{-4x}} - \frac{e^{x+1} \cos(3x^2-3) - \sqrt{-4x}}{x}}{x}$$

$$\frac{3}{-1} = -3$$

$$h'(-1) = -3$$

$$g(x) = f(x_0) + \frac{1}{f'(x_0)} (x - x_0)$$

$$g(x) = -3 + \frac{1}{3} (x+1)$$

$$g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{8}{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f}{g(x)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f}{g(x)} = +\infty$$

$$\left| \frac{f}{g(x)} \right| > K$$

$$\left| \frac{g(x)}{f} \right| < K^{-1}$$

$$\frac{|g(x)|}{f} < \frac{1}{K}$$

$$|g(x)| < \frac{f}{K}$$

$$0 < |x-a| < \delta$$

$$0 < |x-0| < \delta$$

$$0 < |x| < \delta$$

$$0 < |x| < \frac{\epsilon}{K}$$

$$0 < \delta < \frac{\epsilon}{K}$$

④

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{3x} + 2x & x > 0 \\ 3 & x = 0 \\ \frac{e^{2bx} - 1}{x} & x < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin ax}{3x} + 2x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{a}{3} \frac{\sin ax}{ax} + \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x$$

$$\frac{a}{3} + 0 = \frac{a}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{2bx} - 1}{x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{L'H.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2be^{2bx}}{1} = 2b$$

$$\frac{a}{3} = 2b$$

$$a = 6b$$

$$\frac{a}{3} = 3$$

$$a = 9$$

1

$$2b = 3$$

1

$$b = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{3} = 2b$$

$$\frac{9}{3} = 2 \cdot \frac{3}{2}$$

$$3 = 3$$

$a = 9$
$b = \frac{3}{2}$

Apost.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

3-3

07/05/2011.

$$⑤ \quad ② \quad g(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-5}}$$

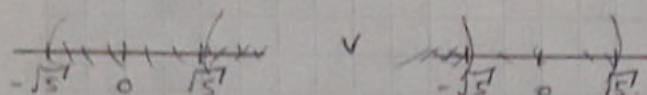
$$\frac{x+1}{x^2-5} \geq 0$$

$$x+1 \geq 0 \quad \wedge \quad x^2-5 \geq 0 \quad \vee \quad x+1 \leq 0 \quad \wedge \quad x^2-5 < 0$$

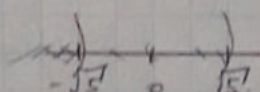
$$x \geq -1 \quad \wedge \quad (x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5}) \geq 0 \quad \vee \quad x \leq -1 \quad \wedge \quad (x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5}) < 0$$

$$x+\sqrt{5} > 0 \quad \wedge \quad x-\sqrt{5} > 0 \quad \vee \quad x+\sqrt{5} < 0 \quad \wedge \quad x-\sqrt{5} < 0 \quad \vee \quad x+\sqrt{5} < 0 \quad \wedge \quad x-\sqrt{5} > 0 \quad \vee \quad x+\sqrt{5} > 0 \quad \wedge \quad x-\sqrt{5} < 0$$

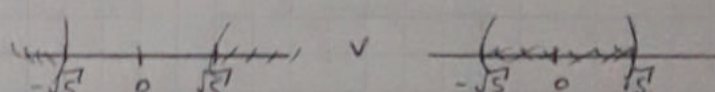
$$x > -\sqrt{5} \quad \wedge \quad x > \sqrt{5} \quad \vee \quad x < -\sqrt{5} \quad \wedge \quad x < \sqrt{5} \quad \vee \quad x < -\sqrt{5} \quad \wedge \quad x > \sqrt{5} \quad \vee \quad x > -\sqrt{5} \quad \wedge \quad x < \sqrt{5}$$



$$(\sqrt{5}, +\infty)$$

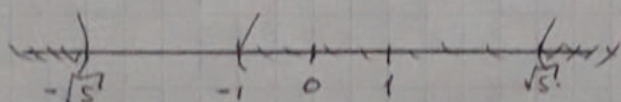


$$(-\infty, -\sqrt{5})$$

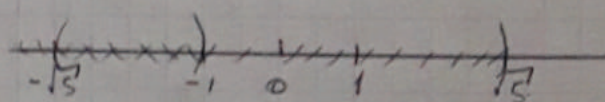


#

$$(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$$



$$(\sqrt{5}, +\infty)$$



$$(-\sqrt{5}, -1)$$

$$A = (-\sqrt{5}, -1) \cup (\sqrt{5}, +\infty)$$

⑥

$$g(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-5}}$$

$$g(3) = \sqrt{\frac{3+1}{9-5}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1$$

$$g'(x) = \frac{1}{2 \sqrt{\frac{x+1}{x^2-5}}} \cdot \frac{x^2-5 - (x+1)2x}{(x^2-5)^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{2 \sqrt{\frac{x+1}{x^2-5}}} \cdot \frac{x^2-5-2x^2-2x}{(x^2-5)^2}$$

$$g'(3) = \frac{1}{2 \sqrt{\frac{4}{4}}} \cdot \frac{9-5-18-6}{16}$$

$$g'(3) = \frac{-20}{32} = -\frac{5}{8}$$

$$g_T = f(u_0) + f'(u_0)(x-u_0)$$

$$g_T = 1 - \frac{5}{8}(x-3)$$

$$g_T = -\frac{5}{8}x + \frac{23}{8} = Kx + N$$

$$K = -\frac{5}{8}$$

1

$$N = \frac{23}{8}$$

ANÁLISIS MATEMÁTICO I - Primer Parcial - 2005 - Anual
LUNES TARDE
TEMA I

APELLIDO

NOMBRE: CURSO:

CORRIGIÓ: REVISÓ:

1	2	3	4	5	NOTA

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

NO puede utilizar calculadoras programables

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1. Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). Justifique las respuestas; ya sea mostrando un contraejemplo o proporcionando un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce, según corresponda.

- a. Dada f tal que $\text{Im}(f) = [a, b] \cup [c, d]$ con $a < b < c < d$, entonces f es continua en $[a, b]$.
- b. El gráfico de la función dada por $f(x) = 2x + e^{-x}$ no tiene asíntotas verticales ni horizontales.

2. Sea $f(x) = -5\cos(3x^3) + e^{2x}$. Determine si 0 pertenece o no al conjunto imagen de f . ¿Qué resultados utilizó para realizar este análisis? Justifique la respuesta.

3. Analice la existencia de

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} h(x) \text{ siendo } h(x) = \begin{cases} \sec x - \tan x & \text{si } x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi - 2x}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} & \text{si } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4. Sabiendo que f y g son infinitésimos equivalentes en x_0 , determine

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + g(x)}{3f(x) - 3g(x)}$$

No olvide justificar la respuesta.

$$5. \text{ Si } f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2x - 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a) determine sus intervalos de negatividad

b) analice la continuidad de la función $g(x) = f(x-3) - 2$.

$$g(x) = x - 4 \quad \text{si } x < 0$$

$$g(x) = x^2 - 8x + 10 \quad \text{si } x \geq 0$$

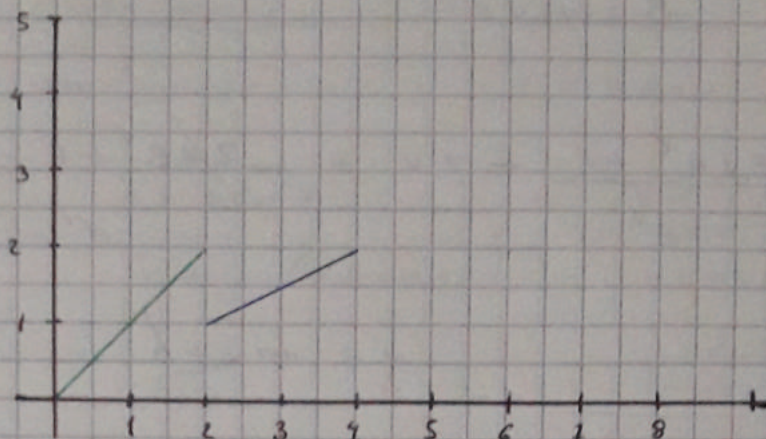
$$g(x) \geq 0$$

$$x = 0$$

$$x = 4$$

$$x = \frac{8 + \sqrt{24}}{2}$$

① ②



$$f(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 2 \\ \frac{1}{2}x & 2 < x < 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 0. \\ b = 3. \end{matrix} \quad c =$$

No es continua en $[a, b]$

FALSO.

⑥ $f(x) = 2|x| + e^{-x}$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + e^{-x} & x > 0 \\ -2x + e^{-x} & x < 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x + e^{-x} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} -2x + e^{-x} &= 1 \end{aligned} \right\} \exists \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \# \text{ V}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x + e^{-x} = 2x + \frac{1}{e^x} = \infty \quad \# \text{ H}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2xe^x + 1}{e^x} = \frac{+\infty}{+\infty} \Rightarrow \text{L'H.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2(e^x + xe^x)}{e^x + xe^x} = \frac{2e^x(1+x)}{e^x(1+x)} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2xe^x + 1}{e^x} - 2x = \frac{2xe^x + 1 - 2xe^x}{e^x} = \frac{1}{e^x} = 0.$$

$m = 2.$
 $b = 0.$

$$y = mx + b.$$

VERDADERO.

$$y = 2x$$

10.

$$(2) \quad f(x) = -5 \cos(3x^3) + e^{2x}.$$

$$f(-1) = -5 \cos(-1) + e^{-2} \approx -4,86 < 0.$$

$$f(1) = -5(\cos(1)) + e^2 = 2,38 > 0.$$

Como la función es continua $\forall x \in \mathbb{R}$ y pasa de negativa a positiva alguna vez PASO POR CERO. TEOREMA DE BOLZANO.

$$(3) \quad h(x) = \begin{cases} \sec x - \tan x & x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi - 2x}{\sin(x - \frac{\pi}{2})} & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \sec x - \tan x = \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{0}{0} \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-}$$

$$\frac{1 - \operatorname{sen} x}{\cos x} = \frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 + \operatorname{sen} x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-}$$

$$\frac{1 - \operatorname{sen}^2 x}{\cos x (1 + \operatorname{sen} x)} = \frac{1 - (1 - \cos^2 x)}{\cos x (1 + \operatorname{sen} x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-}$$

$$\frac{\cos^2 x}{\cos x (1 + \operatorname{sen} x)} = \frac{\cos x}{1 + \operatorname{sen} x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+}$$

$$\frac{\pi - 2x}{\operatorname{sen}(x - \frac{\pi}{2})} \Rightarrow L'H = \frac{-2}{\cos(x - \frac{\pi}{2})} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} h(x)$$

④ $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$. Por ser infinitesimos.

EQUIVALENTES.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + g(x)}{3f(x) - 8g(x)} =$$

$$\frac{\frac{f(x)}{g(x)} + 1}{3 \frac{f(x)}{g(x)} - 8} = \frac{1 + 1}{3 - 8} = -\frac{2}{5}$$

$$= \frac{1 + 1}{3 - 8} = -\frac{2}{5}$$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ x^2 - 2x - 3 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2}$$

$$\frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -1$$

$$(x-3)(x+1)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ 2x - 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

$(-\infty, 0)$ POSITIVA.

$$2x - 2 = 0$$

$$x - 1 > 0$$

$$x - 1 < 0$$

$$x - 1 = 0$$

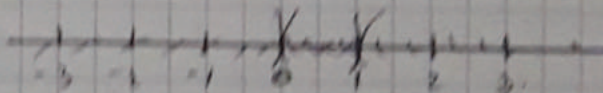
$$x > 1$$

$$x < 1$$

$$x = 1$$

$[1, +\infty)$ POSITIVA

$(0, 1)$ NEGATIVA.



$$g(x) = f(x-3) - 2$$

$$g(x) = \begin{cases} (x-3) + 1 - 2 & x < 0 \\ (x-3)^2 - 2(x-3) - 3 - 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x - 3 + 1 - 2 & x < 0 \\ x^2 - 6x + 9 - 2x + 6 - 3 - 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x - 4 & x < 0 \\ x^2 - 8x + 10 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} x - 4 = -4.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 - 8x + 10 = 10.$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -4 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 10 \end{array} \right\} \neq \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$$

No ES CONTINUA PARA $x=0$.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – Cuatrimestral - JUEVES TURNO MAÑANA

Primer Recuperatorio Parcial Parte A

APELLIDO NOMBRE: _____ CURSO: _____

CORRIGIÓ: _____ REVISÓ: _____

1	2	3	4	5	NOTA

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). Justifique las respuestas: si es F, alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a) $f(x) = \ln|x+2| + \frac{3}{x} + 5$ tiene al menos una raíz en el intervalo $(-1, -1/10)$.

b) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x - 9/4, & x < \frac{3}{2} \\ |2x-3| + 1, & x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$ es derivable en $x = 3/2$

2) Dada $f(x) = \frac{x^3 + x^4}{x^6 + 5x^2 + 1}$ → FALTA INTERVALOS. determine dominio, intervalos de positividad y negatividad y, en caso de que existan, asíntotas lineales y puntos de discontinuidad. No olvide justificar sus respuestas.

3) Dada $g: D_g \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = 2^{\frac{x-1}{x^2-3x+2}}$ determine la ecuación de la recta normal a su gráfica en el punto que tenga como abscisa al origen de coordenadas.

4) Diseñe un par de funciones f y g de modo que, dadas

$$h(x) = \sqrt{\frac{f}{g}} \quad y \quad \beta(x) = \frac{\sqrt{f}}{\sqrt{g}}$$

resulte $h(x) = \beta(x)$. Como siempre, justifique adecuadamente.

5) Dadas $f(x) = x^2 - 3x + 2$; $g(x) = x^3 + 2 - 3x$ compárelas para todos los valores de x para los que comportan como infinitésimos simultáneos.

Assumi: Assumendo: supponendo I

1
31/03/2011

① ② $f(x) = \ln |x+2| + \frac{3}{x} + 5$

$(-1, -\frac{1}{10})$

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x-2) + \frac{3}{x} + 5 & x < -2 \\ \ln(x+2) + \frac{3}{x} + 5 & x > -2 \end{cases}$$

Usando Bolzano:

$$f(-1) = \ln(-1+2) + \frac{3}{-1} + 5 = \ln 1 - 3 + 5 = 2$$

$$f(-\frac{1}{10}) = \ln(-\frac{1}{10}+2) - \frac{3}{\frac{1}{10}} + 5 = \ln(\frac{19}{10}) - 30 + 5 \approx -24,36$$

$$f(a) \cdot f(b) < 0 \quad \exists c \in (a, b) \mid f(c) = 0$$

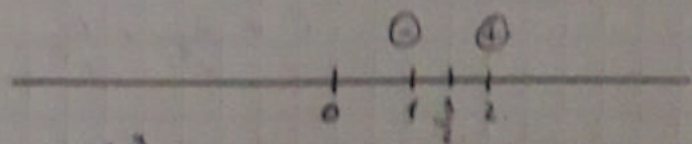
Verificato.

③ $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x - \frac{9}{4} & x < \frac{3}{2} \\ |2x-3| + 1 & x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$

$$2x-3=0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + x - \frac{9}{4} & x < \frac{3}{2} \\ 2x-3 & x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$



¿EAMOS SI ES CONTINUA?

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} -x^2 + x - \frac{9}{4} = -\frac{9}{4} + \frac{3}{2} - \frac{9}{4} = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^+} 2x - 2 = 2 \cdot \frac{3}{2} - 2 = 1.$$

$$\nexists \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x)$$

No es continua en $x = \frac{3}{2}$

Por tanto no es derivable en $x = \frac{3}{2}$.

FALSO.

$$\textcircled{2} f(x) = \frac{x^3 + x^4}{x^6 + 5x^2 + 1}$$

DL = $\mathbb{R}$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^4}{x^6 + 5x^2 + 1} = \frac{\frac{x^3}{x^6} + \frac{x^4}{x^6}}{\frac{x^6}{x^6} + \frac{5x^2}{x^6} + \frac{1}{x^6}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{5}{x^4} + \frac{1}{x^6}} = 0.$$

$$\int = 0 \quad \text{A.H.}$$

$\nexists$ LV
 $\nexists$ AD.

Agost?

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

21/03/2011.

③

$$g(x) = \frac{x-1}{x^2-3x+2} \quad (0,)$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} \Rightarrow \frac{3 \pm 1}{2} \quad x_1 = 2$$

$$x_2 = 1.$$

$$g(x) = \frac{x-1}{(x-2)(x-1)} = \frac{1}{x-2}.$$

$$g(0) = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$g'(x) = -\frac{1}{x-2} \ln 2 (x-2)^{-2} = \frac{-\frac{1}{x-2} \ln 2}{(x-2)^2}.$$

$$g'(0) = \frac{-\frac{1}{-2} \ln 2}{4} = \frac{-\ln 2}{\sqrt{2} \cdot 4} = -\frac{\ln 2}{2^{\frac{5}{2}}}.$$

$$g(x) = f(x_0) + f'(x_0) (x-x_0).$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2^{\frac{5}{2}}}{\ln 2} (x-0).$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{32}}{\ln 2} x + \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\textcircled{4} \quad h(x) = \sqrt{\frac{f(x)}{g(x)}}$$

$$\beta(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{g(x)}}$$

$$h(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{g(x)}}$$

Como la que es distributiva y $h(x) = \beta(x)$.
 Por lo tanto asignar el siguiente valor a $f(x)$ y $g(x)$.

$$f(x) = x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = \sec^2 x$$

$$h(x) = \sqrt{\frac{x^2}{\sec^2 x}}$$

$$\beta(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{\sec^2 x}}$$

$$h(x) = \frac{x}{\sec x}$$

$$\beta(x) = \frac{x}{\sec x}$$

$$h(x) = \beta(x)$$

$$\textcircled{5} \quad f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$g(x) = x^3 - 3x + 2$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2}$$

$$\frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 1$$

$$f(x) = (x-2)(x-1)$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x^2+x-2)$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$$

$$\frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -2$$

$$g(x) = (x-1)^2(x+2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 3x + 2} \Rightarrow \frac{\rightarrow 0}{\rightarrow 0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{x-2}{(x-1)(x+2)} \Rightarrow -\infty$$

$f(x)$ ES SIMULTANEO DE ORDEN INFERIOR.
A $g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{f(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{\rightarrow 0}{\rightarrow 0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2(x+2)}{(x-2)(x-1)} = \frac{\overbrace{(x-1)^2}^{\rightarrow 0}}{\underbrace{(x-2)(x-1)}_{\rightarrow -2}} = 0$$

$g(x)$ ES SIMULTANEO DE ORDEN SUPERIOR.
A $f(x)$

ANÁLISIS MATEMÁTICO I - PRIMER CUATRIMESTRE 2006

Segundo Recuperatorio Parcial Parte A - TURNO MAÑANA

APELLIDO NOMBRE: CURSO:

CORRIGIÓ: REVISÓ:

1	2	3	4	5	NOTA

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

NO puede utilizar calculadoras programables

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). Justifique las respuestas: ya sea mostrando un contraejemplo o proporcionando un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce, según corresponda.

a) No existe ningún valor de $k \in \mathbb{R}$ para el cual la función $f(x) = x^3 - 3kx^2 + 9x + 5$ tenga un punto de inflexión.

b) Si $f(x)$ es par, $g(x)$ es impar y $h(x) = f(x)g(x) \Rightarrow h'(x)$ es impar.

2) Por medio de una aproximación lineal adecuada calcule aproximadamente el $\log_3 9,04$. No olvide justificar su respuesta.

3) Sea $g(x) = \begin{cases} a(x-1)^2 + b(x-1) + c & \text{si } x < 1 \\ \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

a) Halle los coeficientes a, b, c de modo que exista $g''(1)$

b) Determine, si es posible, el polinomio de Taylor de tercer grado, asociado a la función g , en potencias de $(x-1)$.

4) Dada la función definida mediante $g(x) = \frac{4}{5}\sqrt{5x-1} - x$. Determine, si existen, todas las asíntotas lineales e intervalos de crecimiento y decrecimiento.

5) Si $g: [-2,2] \rightarrow \mathbb{R}$ es una función continua en $[-2,2]$, con derivada negativa en $(-2,2)$ y $g(0) = 0$, entonces $e^x - e^{-x} = g\left(\frac{x}{2}\right) = 0$ tiene una única solución en el intervalo $(-2,2)$.

$$① \text{ ② } f(x) = x^3 - 3Kx^2 + 9x + 5.$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6Kx + 9$$

$$f''(x) = 6x - 6K$$

$$6x - 6K = 0.$$

$$x - K = 0.$$

$$x = K. \Rightarrow K = 0 \Rightarrow f''(x) = 0$$

$x=0$ Pto
INFLEXIÓN.

$$f(x) = x^3 + 9x + 5.$$

$$f'(x) = 3x^2 + 9.$$

$$f''(x) = 6x \Rightarrow x_0 = 0 \text{ Pto INFLEXIÓN.}$$

FALSO.

$$⑥. f(x) = x^2 \text{ PAR}$$

$$g(x) = x^3 \text{ IMPAR.}$$

$$h(x) = f(x) \cdot g(x) = x^2 \cdot x^3 = x^5$$

$$h'(x) = 5x^4.$$

$$h'(x) = 5(x)^4 = 5x^4$$

FUNCIÓN PAR.

FALSO.

$$\textcircled{2} \log_3 9.04 = \frac{\log 9.04}{\log 3} = 2.00403.$$

$$f(x) = \log_3 x \quad x_0 = 9.$$

$$f(9) = \log_3 9 = \frac{\log 9}{\log 3}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} \log_3 e.$$

$$f'(9) = \frac{1}{9} \log_3 e = \frac{1}{9} \frac{\log e}{\log 3}.$$

$$f_T = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0).$$

$$g_T = \frac{\log 9}{\log 3} + \frac{1}{9} \frac{\log e}{\log 3} (x - 9).$$

$$g_T = \frac{9 \log 9 + \log e (x - 9)}{9 \log 3}.$$

$$g_T(9.04) = 2.00404.$$

$$⑥ \quad f(x) = \begin{cases} a(x-1)^2 + b(x-1) + c & x < 1 \\ \ln x & x \geq 1 \end{cases}$$

Then we see continuity:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} a(x-1)^2 + b(x-1) + c &= c \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln x &= 0 \end{aligned} \right\} c = 0.$$

Then we see derivable:

$$f'(x) = \begin{cases} 2a(x-1) + b & x < 1 \\ \frac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} 2a(x-1) + b &= b \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} &= 1 \end{aligned} \right\} b = 1.$$

Then we see existence $f''(x)$:

$$f''(x) = \begin{cases} 2a & x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} 2a &= 2a \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} -\frac{1}{x^2} &= -1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2a &= -1 \\ a &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(x-1)^2 + (x-1) & x < 1 \\ \ln x & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1) + x - 1 & x < 1 \\ \ln x & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} + x - 1 & x < 1 \\ \ln x & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2} & x < 1 \\ \ln x & x \geq 1 \end{cases}$$

⑥ $f(x) = \ln x = 0$

$$f'(x) = \begin{cases} -x + 2 & x < 1 \\ \frac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (-x + 2) = -1 + 2 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1$$

$\exists f'(1)$

$$f''(x) = \begin{cases} -1 & x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} -1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} -\frac{1}{x^2} = -1$$

$\exists f''(1)$

$$f'''(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{2}{x^3} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{x^3} = 2$$

$\nexists f'''(1)$

No is possible.

$$(4) \quad g(x) = \frac{4}{5} \sqrt{5x-1} - x.$$

$$g'(x) = \frac{4}{5} \frac{1}{2\sqrt{5x-1}} \cdot 5 - 1 = \frac{\cancel{20}^2}{\cancel{40}^0} \frac{1}{\sqrt{5x-1}} - 1 = \frac{2}{\sqrt{5x-1}} - 1.$$

$$g'(x) = \frac{2 - \sqrt{5x-1}}{\underbrace{\sqrt{5x-1}}_{>0}}.$$

CRECIMIENTO.

DECRECIMIENTO.

$$2 - \sqrt{5x-1} > 0.$$

$$\sqrt{5x-1} < 2.$$

$$5x-1 < 4.$$

$$x < \frac{4+1}{5}.$$

$$x < 1.$$

$$(-\infty, 1)$$

$$2 - \sqrt{5x-1} < 0.$$

$$\sqrt{5x-1} > 2.$$

$$5x-1 > 4.$$

$$x > \frac{4+1}{5}.$$

$$x > 1.$$

$$[1, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{4\sqrt{5x-1} - 5x}{5}$$

1V.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4\sqrt{5x-1} - 5x}{5} = \frac{4 \frac{\sqrt{5x-1}}{x} - \frac{5x}{x}}{5} = \frac{\frac{5}{x} \cdot \sqrt{5x-1} - 5}{5} \rightarrow 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4\sqrt{\frac{5x}{x^2} - \frac{1}{x^2}} - 5}{\frac{5}{x}} = \frac{4\sqrt{\frac{5}{x} - \frac{1}{x^2}} - 5}{\frac{5}{x}} \rightarrow -\infty.$$

1H.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4\sqrt{5x-1} - 5x}{5x} = \frac{4\sqrt{5x-1} - \frac{5x}{x}}{\frac{5x}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4\sqrt{\frac{5x}{x^2} - \frac{1}{x^2}} - 5}{5} = -1$$

$m = -1$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4\sqrt{5x-1} - 5x}{5} = -x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4\sqrt{5x-1} - 5x - 5x}{5} = \frac{4\sqrt{5x-1} - 10x}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4\sqrt{\frac{5x}{x^2} - \frac{1}{x^2}} - \frac{10x}{x}}{\frac{5}{x}} = \frac{4\sqrt{\frac{5x}{x^2} - \frac{1}{x^2}} - 10}{\frac{5}{x}} = -10$$

$\neq 10$

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – Primer Recuperatorio Parte A Cuatrimestral – 1er Parcial Anual
TURNOS NOCHE – 05/12/07

APELLIDO NOMBRE: Acosta Carras.....CURSO: Q.1092

CORRIGIÓ: Rechini REVISÓ: _____

1	2	3	4	5	NOTA
B/B	M	M/B	M	Inc	2 (dos)

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

NO puede utilizar calculadoras programables

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifique las respuestas:** si es F, alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a) $f(x) = \arctg\left(\frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x}\right)$ no admite recta tangente en $x = 0$.

b) $g(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x - \pi)}{x - 1} & \text{si } x > 1 \\ 4^{\frac{1}{x+2}}, & x \in (-\infty, -2) \cup (-2, 1] \end{cases}$ tiene un solo punto de discontinuidad

2) Explique cuál es el motivo por el que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \cos x}$ no es calculable aplicando el teorema de L'Hopital, pero sí es posible aplicarlo si $x \rightarrow 0$. Luego calcule ambos límites.

3) a) Determine, si existen, el o los valores reales de k para que la función f sea derivable $x = 0$:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \begin{cases} 2 + k \frac{1 - \cos x}{x} & \text{si } x < 0 \\ k^3 x + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

b) Calcule $f'(-\pi/2)$.

4) El polinomio de Taylor de 2º orden en $x = 2$ asociado a $f(x)$ es $P(x) = 3 - 2(x - 2) + 5(x - 2)^2$ y $g(x) = f^2(x)$; calcule $g''(2)$. No olvide justificar su respuesta.

5) Determine el área del rectángulo más grande que pueda inscribirse en un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 cm y 4 cm , si dos de los lados del rectángulo están sobre los catetos.

Agostini

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

1-4

21/03/2011

① ② $f(x) = \arctan\left(\frac{\sin x}{1 + \cos x}\right)$

$$f(0) = \arctan\left(\frac{\sin 0}{1 + 1}\right) = \arctan 0 = 0.$$

$$f'(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x}\right)^2} \left[\frac{\cos x (1 + \cos x) - \sin x (-\sin x)}{(1 + \cos x)^2} \right]$$

$$f'(x) = \frac{1}{1 + \frac{\sin^2 x}{(1 + \cos x)^2}} \left[\frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(1 + \cos x)^2} \right]$$

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{(1 + \cos x)^2 + \sin^2 x}{(1 + \cos x)^2}} \left[\frac{\cos x + \cos^2 x + (1 - \cos^2 x)}{(1 + \cos x)^2} \right]$$

$$f'(x) = \frac{(1 + \cos x)^2}{1 + 2\cos x + \cos^2 x + 1 - \cos^2 x} \left[\frac{\cos x + 1}{(1 + \cos x)^2} \right]$$

$$f'(x) = \frac{(1 + \cos x)^2}{2 + 2\cos x} \cdot \frac{1}{1 + \cos x}$$

$$f'(x) = \frac{1 + \cos x}{2(1 + \cos x)} = \frac{1}{2}$$

$$q_T = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$q_T = 0 + \frac{1}{2}(x - 0)$$

$$q_T = \frac{1}{2}x$$

Falso.

⑥

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\text{Sen}(\pi x - \pi)}{x-1} \\ 4^{\frac{1}{x+2}} \end{cases}$$

$x > 1$

$$(-\infty, -2) \cup (-2, 1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\text{Sen}(\pi x - \pi)}{x-1} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{L'H.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\pi \cos(\pi x - \pi)}{1} = \pi.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 4^{\frac{1}{x+2}} = 4^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\text{Sen}(\pi x - \pi)}{x-1} = \pi \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} 4^{\frac{1}{x+2}} = \sqrt[3]{4} \end{array} \right\} \neq \lim_{x \rightarrow 1} g(x).$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} 4^{\frac{1}{x+2}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} 4^{\frac{1}{x+2}} = \infty$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} 4^{\frac{1}{x+2}} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} 4^{\frac{1}{x+2}} = \infty \end{array} \right\} \neq \lim_{x \rightarrow -2} g(x).$$

DISCONTINUO EN $x=1$.

DISCONTINUO EN $x=-2$.

Falso.

⑦ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \text{sen} x}{x + \cos x} \Rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$

No es aplicable.

L'Hospital.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\overbrace{\frac{x}{x}}^{\rightarrow 0} - \overbrace{\frac{1}{x} \text{sen} x}^{\rightarrow 0}}{\underbrace{\frac{x}{x}} + \underbrace{\frac{1}{x} \cos x}_{\rightarrow 0}} = \frac{1}{1} = 1.$$

Asociar

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

2-4

31/08/2011.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x + \operatorname{sen} x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x + \operatorname{sen} x} = \frac{x + \operatorname{sen} x}{x + \operatorname{sen} x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \operatorname{sen}^2 x}{(x + \operatorname{sen} x)(x + \operatorname{sen} x)}$$

$\Rightarrow L'H$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 2 \operatorname{sen} x \cos x}{(1 - \operatorname{sen} x)(x + \operatorname{sen} x) + (x + \operatorname{sen} x)(1 + \operatorname{sen} x)}$$

$= 0$

③

$$f(x) = \begin{cases} 2 + x \frac{1 - \cos x}{x} & x < 0 \\ x^3 x + 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

TIENE QUE SER CONTINUA EN $x=0$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} 2 + x \frac{1 - \cos x}{x} = L'H$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} 2 + x \frac{\operatorname{sen} x}{1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 x + 2 = 0 + 2 = 2$$

$2 = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

TIENE QUE SER DERIVABLE:

$$f'(x) = \begin{cases} x \left[\frac{x \operatorname{sen} x - (1 - \cos x)}{x^2} \right] & x < 0 \\ x^3 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} x \left(\frac{\overbrace{x \sin x}^{\rightarrow 0} - \underbrace{1 + \cos x}_{\substack{\rightarrow 2 \\ \rightarrow 0}}}{x^2} \right) \Rightarrow \text{L'H.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} x \left(\frac{\cancel{\sin x} + x \cos x - \cancel{\sin x}}{x^2} \right) = K \frac{\cos x}{2} = \frac{1}{2} K.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} K^3 = K^3$$

$$K^3 = \frac{1}{2} K.$$

$$K^3 - \frac{1}{2} K = 0.$$

$$K \left(K^2 - \frac{1}{2} \right) = 0.$$

$$K \left(K + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \left(K - \sqrt{\frac{1}{2}} \right)$$

$$K_1 = 0.$$

$$K_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$K_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

⑥ $S_1 \quad K=0.$

$$f(x) = \begin{cases} 2 \\ 2 \end{cases}$$

$$x < 0.$$

$$x \geq 0.$$

$$f'(x) = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$$

$$x < 0.$$

$$x \geq 0.$$

$$f' \left(-\frac{\pi}{2} \right) = 0.$$

Acost?

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

3-4

21/03/2011

$$S_1 \quad \kappa = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1 - \cos \kappa}{x} \right) & x < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{8}} x + 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{x \sin x - (1 - \cos x)}{x^2} \right) & x < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{8}} & x \geq 0 \end{cases}$$

$$f'(-\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$S_1 \quad \kappa = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1 - \cos \kappa}{x} \right) & x < 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{8}} x + 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{x \sin x - (1 - \cos x)}{x^2} \right) & x < 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{8}} & x \geq 0 \end{cases}$$

$$f'(-\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$④ \quad P(x) = 3 - 2(x-2) + 5(x-2)^2$$

$$P(x) = 3 - 2x + 4 + 5(x^2 - 4x + 4)$$

$$P(x) = 7 - 2x + 5x^2 - 20x + 20$$

$$P(x) = 5x^2 - 22x + 27$$

$$P(2) = 5 \cdot 4 - 22 \cdot 2 + 27 = 3$$

$$f(2) = 3$$

$$g(x) = f^2(x)$$

$$g'(x) = 2f(x)f'(x)$$

$$g''(x) = 2(f'(x)f'(x) + f(x)f''(x))$$

$$g''(x) = 2f'(x)^2 + 2f(x)f''(x)$$

$$g''(2) = 2f'(2)^2 + 2 \cdot f(2)f''(2)$$

$$g''(2) = 2 \cdot (-2)^2 + 2(3)(10)$$

$$g''(2) = 8 + 60$$

$$f(x_0) \Rightarrow f(2) = 3$$

$$f'(x_0) = -2$$

$$f''(x_0) = \frac{f'(x_0)}{2} = 5$$

$$f''(x_0) = 10$$

PUEDE RESOLVERSE
CON CONSIDERANDO A
 $f(x) = 5x^2 - 22x + 27$

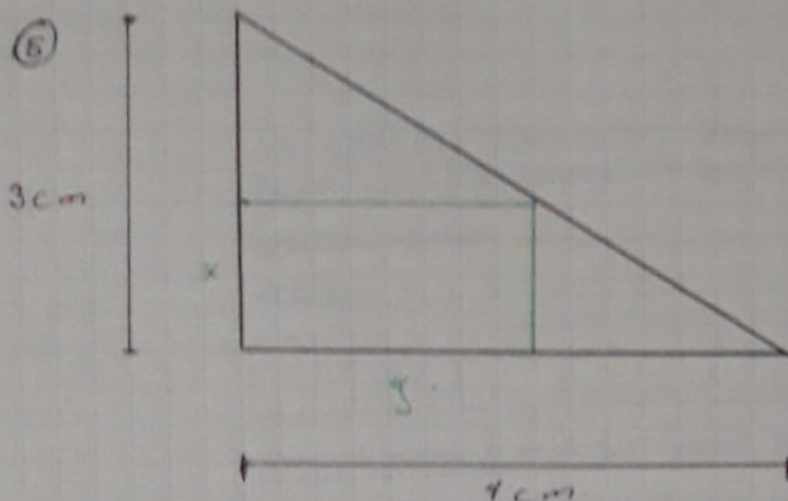
$$g''(2) = 68$$

Acertó?

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

4-4.

21/03/2011.



$$A_T = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

$$A_T = \frac{(3-x)y}{2} + x \cdot y + \frac{(4-y)x}{2} = 6$$

$$\frac{3}{2}y - \frac{xy}{2} + xy + \frac{2x - xy}{2} = 6$$

$$\frac{3}{2}y + 2x = 6$$

$$y = (6 - 2x) \cdot \frac{2}{3}$$

$$y = 4 - \frac{4}{3}x$$

$$A_2 = x \cdot y$$

$$A(x) = x \left(4 - \frac{4}{3}x \right)$$

$$A(x) = 4x - \frac{4}{3}x^2$$

$$A'(x) = 4 - \frac{8}{3}x \Rightarrow A'(x) = 0 \quad \text{S. S.}$$

$$4 - \frac{8}{3}x = 0$$

$$x = 4 \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$$

$$y = 4 - \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} = 2$$

$$y = 2$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$y = 2$$

ANÁLISIS MATEMÁTICO I - Primer Recuperatorio - Diciembre 2004
Parcial Parte A (Cuatrimestral) - Primer Parcial (Anual) TURNO MAÑANA

APELLIDO NOMBRE: CURSO:

CORRIGIÓ: REVISÓ:

1	2	3	4	5	NOTA

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

- 1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). Justifique las respuestas: si es F, alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a) El gráfico de g admite asíntota vertical en $x = 0$, siendo:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1}}{x \cdot \sin(3x)} & \text{si } 0 < x < \frac{\pi}{3} \\ (1+2x)^{\frac{1}{2}} & \text{si } -\frac{1}{2} < x < 0 \end{cases}$$

b) Si $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / \forall x \in \mathbb{R}$ verifica $2x^2 - 3x^4 \leq h(x) \leq x^2$, entonces $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{x^2} = 1$.

- 2) Determine la función derivada de $g(x) = |x^2 - 16|$ y trace la gráfica de $g'(x)$. ¿Es $g(x)$ una función de clase C^1 (derivada primera continua) en $\mathbb{R}$? Justifique su respuesta.

- 3) Sea la función $g / g(x) = \begin{cases} 4x^3, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$ y un intervalo $[a, b]$. ¿Cómo elegiría los valores de a y de b para poder garantizar que, cualquiera sea el intervalo considerado, se cumplan las hipótesis del teorema del valor intermedio? Justifique su respuesta.

4) Dada $h(x) = \frac{\ln(x^2 - 9)}{x^2 - 2}$

a) determine su dominio y los conjuntos de positividad y negatividad de la función

b) calcule y' . ¿Coinciden los dominios de y y de y' ? Justifique sus respuestas.

- 5) Determine si la recta normal a la curva definida por $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$ en el punto de abscisa $x = 6$, es paralela a la recta determinada por el punto A en el que la gráfica de la función definida por $h(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$ tiene tangente horizontal y el punto B en el que dicha gráfica tiene tangente vertical. Justifique sus respuestas.

AGOSTI

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

HOJA N° 1

FECHA 02/04/2011.

① ②

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1}}{x \operatorname{sen} 3x} & 0 < x < \frac{\pi}{3} \\ (1+2x)^{\frac{1}{x}} & -\frac{1}{2} < x < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1}}{x \operatorname{sen}(3x)} \cdot \frac{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1 - x-1}{x \operatorname{sen}(3x) (\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+1})} = \frac{1}{\operatorname{sen}(3x) (\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+1})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\operatorname{sen}(3x) (\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+1})} = \frac{1}{3x \operatorname{sen}(3x) (\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+1})}$$

$\frac{\operatorname{sen} 3x}{3x} \rightarrow 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3x (\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+1})} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (1+2x)^{\frac{1}{x}} = \left(1 + \frac{1}{\frac{1}{2x}}\right)^{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{2x} \cdot 2x} = e^{\frac{2x}{x}} = e^2$$

$g(x)$ ADHATE ASÍNTOTA VERTICAL EN $x=0^+$

Falso.

$$\textcircled{1} \quad 2x^2 - 3x^4 \leq h(x) \leq x^2 \quad \Rightarrow \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{x^2} = 1.$$

Divido por x^2 .

$$2 - 3x^2 \leq \frac{h(x)}{x^2} \leq 1.$$

Por el TEOREMA DE INTERCALACIÓN:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} 2 - 3x^2 = 2.$$

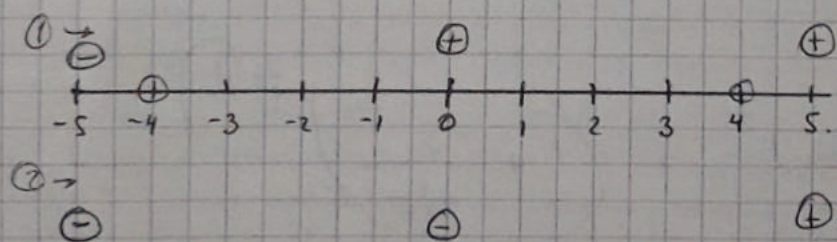
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 1 = 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} \neq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{x^2} \end{array} \right.$$

FALSO.

también lo hice derivando hasta el orden 2.

$$\textcircled{2} \quad g(x) = |x^2 - 16|.$$

$$g(x) = |(x+4)(x-4)|$$



$$g(x) = \begin{cases} -(x+4) \cdot [- (x-4)] & x < -4 \\ (x+4) \cdot [- (x-4)] & -4 < x < 4 \\ (x+4)(x-4) & x > 4 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 16 & x < -4 \quad \vee \quad x > 4 \\ -x^2 + 16 & -4 < x < 4 \end{cases}$$

Agosti

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Hojas 2

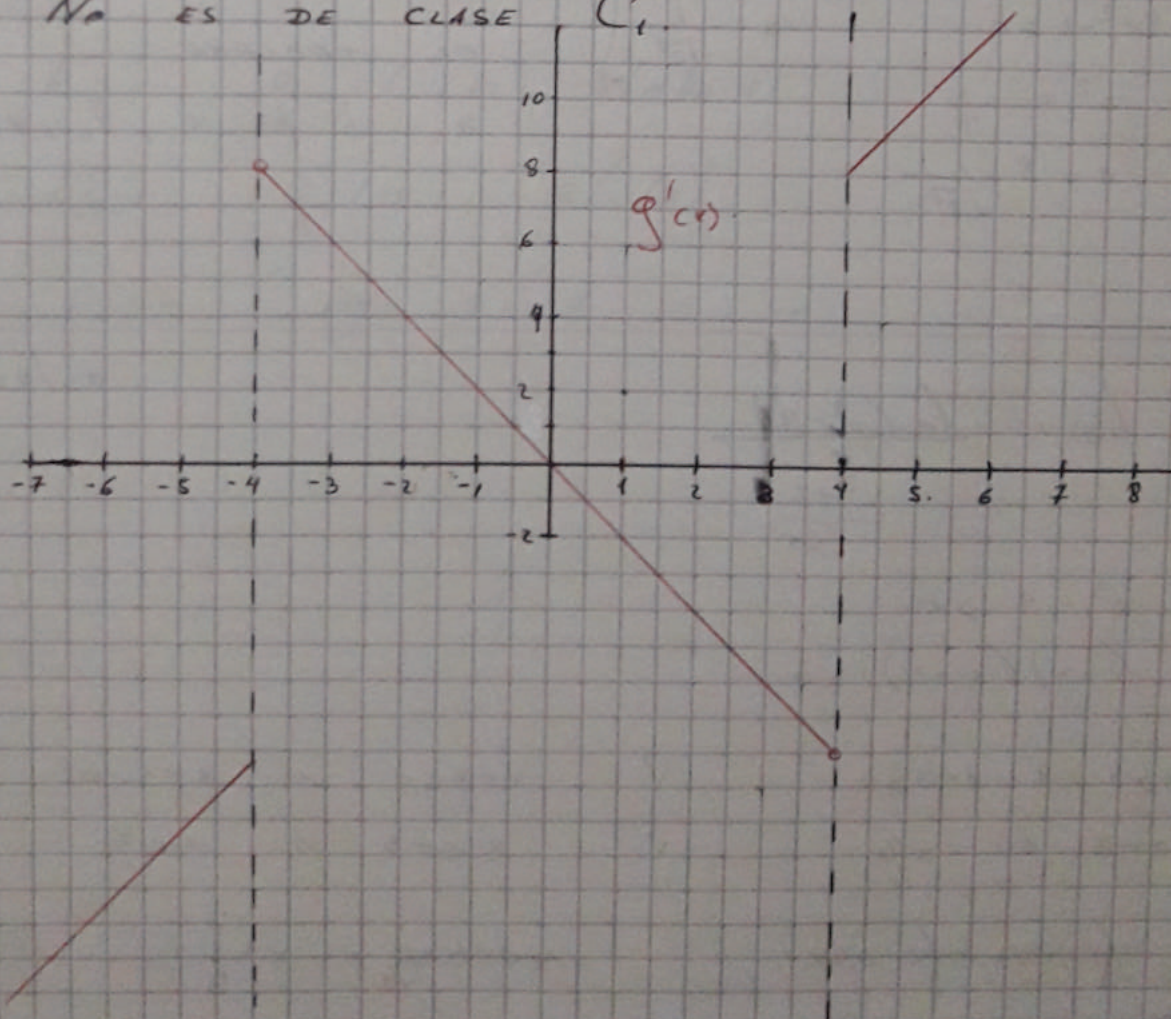
FECHA 02/04/2011

$$g'(x) = \begin{cases} 2x & x < -4 \text{ o } x > 4 \\ -2x & -4 < x < 4 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -4^-} 2x &= -8 \\ \lim_{x \rightarrow -4^+} -2x &= 8 \end{aligned} \right\} \neq \lim_{x \rightarrow -4} g'(x)$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4^-} -2x &= -8 \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} 2x &= 8 \end{aligned} \right\} \neq \lim_{x \rightarrow 4} g'(x)$$

No es de clase C_1



$$\textcircled{3} \quad f(x) = \begin{cases} 4x^3 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases} \quad [a, b]$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} 4x^3 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0 \end{array} \right\} \exists \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad f \text{ es CONTINUA } \forall x \in \mathbb{R} \\ \text{POR POLINOMIAL.}$$

f(3) $\neq$ f(6) PARA SATISFACER EL TEOREMA DEL VALOR INTERMEDIO.

$$4x^3 = x$$

$$4x^3 - x = 0$$

$$x(4x^2 - 1) = 0$$

$$4x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

$$x_3 = -\frac{1}{2}$$

PARA ESTOS TRES

VALORES $f(a) = f(b)$

PARA CUMPLIR CON

EL TEOREMA:

$3 \neq 6 \neq x_1, x_2, x_3$

$$\textcircled{4} \quad h(x) = \frac{\ln(x^2 - 9)}{x^2 + 2}$$

03/09/2011

$$\frac{x^2 + 2}{> 0}$$

$$x^2 - 9 > 0$$

$$(x+3)(x-3) > 0$$

$$x+3 > 0 \quad \wedge \quad x-3 > 0$$

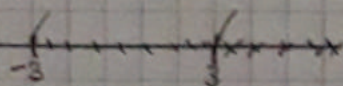
✓

$$x+3 < 0 \quad \wedge \quad x-3 < 0$$

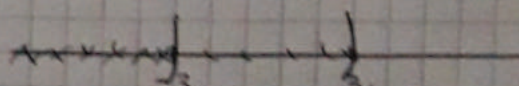
$$x > -3 \quad \wedge \quad x > 3$$

✓

$$x < -3 \quad \wedge \quad x < 3$$



$(3, +\infty)$



$(-\infty, -3)$

Agosti

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

HORA N°

FECHA

03/04/2011.

$$Dh(x) = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty).$$

$$h'(x) = \frac{\frac{2x}{x^2-9} \cdot (x^2+2) - \ln(x^2-9) \cdot 2x}{\underbrace{(x^2+2)^2}_{>0}}$$

$$h'(-4) = \frac{-8}{16-9} (16+2) + 8 \ln(16-9)$$

$$h'(-4) = -\frac{8}{7} \cdot 18 + 8 \ln 7.$$

$$h'(-4) = -\frac{144}{7} + 8 \ln 7 \Rightarrow < 0.$$

$$h'(4) = \frac{8}{16-9} (16+2) - 8 \ln(16-9)$$

$$h'(4) = \frac{8}{7} (18) - 8 \ln(7).$$

$$h'(4) = \frac{144}{7} - 8 \ln 7 \Rightarrow > 0.$$

ANÁLISIS MATEMÁTICO I – Cuatrimestral -SÁBADO TURNO MAÑANA

Primer Recuperatorio Parcial Parte A

APELLIDO NOMBRE: Jonathan Ruiz Díaz CURSO I 1021

CORRIGIÓ: REVISÓ:

1	2	3	4	5	NOTA
4	4	3	3	3	5.00

Todas sus respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

Condición mínima de aprobación (4 puntos): 50% del examen correctamente resuelto

1) Analice si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). Justifique las respuestas: si es F, alcanza con que de un contraejemplo; si es V proporcione un argumento basado en las herramientas teóricas que conoce.

a) Si $\exists E(a) / \forall x \in E(a): |h(x)| \leq |m(x)|$ y m es continua en $x = 0$, y tal que $m(0) = 0$, entonces h es continua en $x = 0$.

b) $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{si } x < 1 \\ |x-1| & \text{si } x = 1 \\ 1+\frac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ es derivable en $x = 1$.

2) Determine las constantes a y b / $f(x) = 2x^4 + ax^2 + bx$ tenga como recta normal en el punto $(1,3)$ a $y = 2x+1$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = g(x) \cdot \sin(x^2 + 3x - 1)$. Si $g(x)$ verifica la condición de que cuando $x \rightarrow 2$ $g(x) \rightarrow g(2)$. ¿A qué valor tiende $\frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ si $x \rightarrow 2$? Justifique su respuesta.

4) Dada $f(x) = \sin(\sqrt[3]{x}) \cdot \ln(1-x^2) \cdot \arctg(x^2)$. se solicita que calcule $f'(x)$ utilizando la derivada logarítmica, tablas y las propiedades de la derivada.

5) Hallar $a \in \mathbb{R}$ para que la recta $y = e^3$ sea asíntota horizontal de la gráfica de

$$f(x) = \left(\frac{3x+6}{3x+2} \right)^{ax}$$

Agosti

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

1-4

17/05/2011

① ①

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{|x-1|} & x < 1 \\ 1 + \frac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$|x-1| \quad x=1 \Rightarrow |x-1|=0$$

$$\begin{cases} -(x-1) & x < 1 \\ x-1 & x \geq 1 \end{cases} \quad \text{Uso la rama } x < 1$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{-(x-1)} & x < 1 \\ 1 + \frac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(1+x)(1-x)}{-(x-1)} & x < 1 \\ 1 + \frac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & x < 1 \\ 1 + \frac{1}{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} (1+x) &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right) &= 2 \end{aligned} \right\} \text{CONTINUA EN } x=1$$

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$$

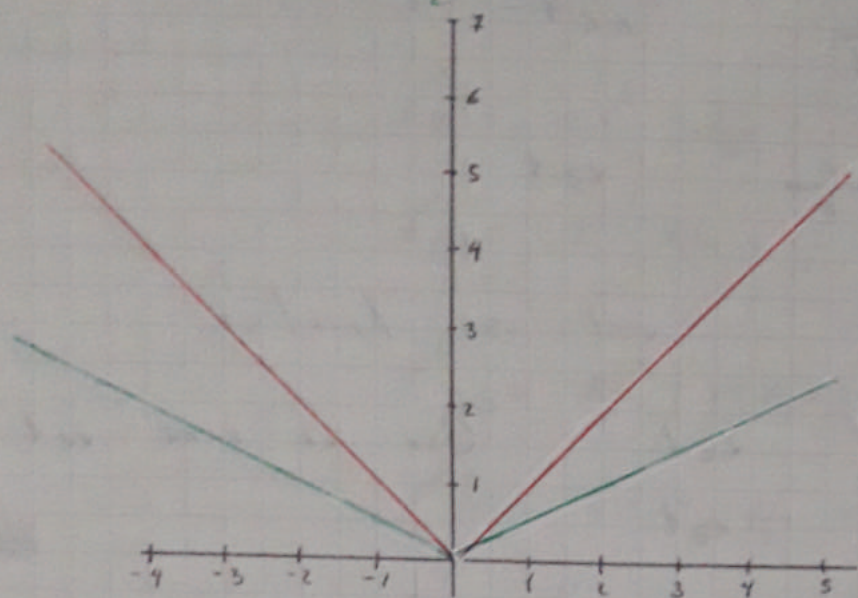
Falso.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 1 = 1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} -\frac{1}{x^2} = -1 \neq f'(1)$$

① ②

$$m(u) = \frac{1}{2}$$

$$h(u) = \frac{1}{2}$$



No estoy convencido

$$|h(u)| \leq |m(u)|$$

$$\exists m(u) = 0$$

Verdadero.

②

$$f(x) = 2x^4 + ax^2 + bx$$

$$3 = 2 + a + b$$

$$a + b = 1 \Rightarrow b = 1 - a$$

$$f'(x) = 8x^3 + 2ax + b$$

$$-\frac{1}{2} = 8 + 2a + b$$

$$-\frac{17}{2} = 2a + b$$

$$-\frac{17}{2} = 2a + 1 - a$$

$$-\frac{19}{2} = a \Rightarrow a = -\frac{19}{2}$$

$$b = 1 + \frac{19}{2} = \frac{21}{2}$$

$$P_{10}(1,3)$$

$$q_r = 2x + 1$$

$$-\frac{1}{2} = f'(x)$$

Comprobación:

$$f(x) = 2x^3 - \frac{19}{2}x^2 + \frac{21}{2}x$$

$$f(1) = 2 - \frac{19}{2} + \frac{21}{2} = 3 \quad \checkmark$$

$$f'(x) = 6x^2 - 19x + \frac{21}{2}$$

$$f'(1) = 6 - 19 + \frac{21}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$g(x) = f(x_0) + \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

$$g(x) = 3 + \frac{1}{-\frac{1}{2}}(x - 1)$$

$$g(x) = 3 + 2(x - 1)$$

$$g(x) = 2x + 3 - 2$$

$$g(x) = 2x + 1$$

③ $f(x) = g(x) \sin(x^2 + 3x - 10)$

S. $x \rightarrow 2 \Rightarrow g(x) \rightarrow g(2)$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{DERIVADA POR} \\ \text{DEFINICIÓN.} \end{array} \right.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) \sin(x^2 + 3x - 10) - f(2)}{x - 2} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{L'H.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} g'(x) \sin(x^2 + 3x - 10) + g(x) \cos(x^2 + 3x - 10)(2x + 3)$$

$$f(z) = \cos(z) / (z^2 + 3)$$

$$f'(z)$$

$$(4) \quad f(x) = \ln \underbrace{\sin(\sqrt[3]{x})}_{a} \underbrace{\ln(1-x^2)}_{b} \underbrace{\operatorname{arctg}(x^2)}_{c}$$

$$a' = \cos(\sqrt[3]{x}) \cdot \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$$

$$b' = \frac{-2x}{1-x^2}$$

$$c' = \frac{1}{1+(x^2)^2} \cdot 2x$$

$$a' = a'_1 a'_2 + a'_1 a'_2 \Rightarrow a' = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \cos(\sqrt[3]{x}) \ln(1-x^2) + \sin \sqrt[3]{x} \cdot \frac{-2x}{1-x^2}$$

$$(ab)' = a'b + ab'$$

$$(ab)' = \left(\frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \cos(\sqrt[3]{x}) \ln(1-x^2) + \frac{-2x}{1-x^2} \cdot \sin \sqrt[3]{x} \right) \operatorname{arctg}(x^2) + \sin \sqrt[3]{x} \ln(1-x^2) \cdot \frac{2x}{1+x^4}$$

$$\ln y = \ln ab$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{(ab)'}{ab}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{\left(\frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \cos \sqrt[3]{x} \right) \ln(1-x^2) - \frac{2x}{1-x^2} \sin \sqrt[3]{x} \operatorname{arctg} x^2 + \frac{2x}{1+x^4} \cdot \sin \sqrt[3]{x} \ln(1-x^2)}{\left(\sin \sqrt[3]{x} \right) \ln(1-x^2) \operatorname{arctg} x^2}$$

$$y' = \left(\frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \cos \sqrt[3]{x} \right) \ln(1-x^2) - \frac{2x}{1-x^2} \sin \sqrt[3]{x} \operatorname{arctg} x^2 + \frac{2x}{1+x^4} \sin \sqrt[3]{x} \ln(1-x^2)$$

Leont

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

4-4

16/05/2011

$$(5) \quad f(x) = \left(\frac{3x+6}{3x+2} \right)^{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+6}{3x+2} \right)^{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3x+6}{3x+2} - 1 \right)^{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3x+6-3x-2}{3x+2} \right)^{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{3x+2} \right)^{2x \cdot \frac{3x+2}{4} \cdot \frac{4}{3x+2}} \rightarrow e$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{4 \cdot 2x}{3x+2}} = e^{\frac{4 \cdot 2}{3}}$$

Como $y = e^3$ tiene que ser 14.

$$e^{\frac{8}{3}} = e^3$$

$$\frac{8}{3} = 3$$

$$8 = 9$$

$$a = \frac{9}{4}$$

Conclusión:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{4 \cdot 2x}{3x+2}} = e^3$$

$$y = e^3 \text{ 14.}$$