Resueltos

MATERIA: Física I

TITULO: Leyes de Conservación

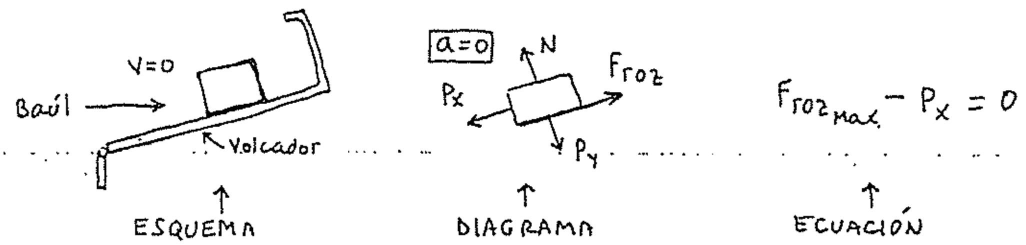
- Fuerza no conservativas
- Choque Plástico y Elástico

AUTOR: Anibal Kasero

AR1FP8

19 - Un baúl de 80 kg es transportado en un camión volcador. Para bajar el baúl, el camionero inclina la caja del volcador, hasta que observa que éste comienza a moverse. Hallar qué distancia recorre el baúl sobre la caja inclinada, sabiendo que los coeficientes de rozamiento entre el baúl y la caja son $\mu_e = 0{,}75$; $\mu_d = 0{,}25$, y que el baúl abandona la caja con una velocidad de 4 m/s.

Un instante $\boxed{\text{antes}}$ de que el baúl empiece a moverse, la fuerza de rozamiento que actúa sobre él es F_{roz_E} máxima.
Fijate:



Reemplazando F_{roz} por $\mu_E . N$ y P_x por $P . \operatorname{sen} \alpha$:

$$\mu_E . \overbrace{P_y}^{N} - P . \operatorname{sen} \alpha = 0 \implies$$

$$\mu_E . \cancel{P} . \cos \alpha = \cancel{P} . \operatorname{sen} \alpha$$

$$\implies \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \mu_E$$

$$\implies \operatorname{tg} \alpha = 0{,}75$$

$$\implies \alpha \simeq 37^\circ \longleftarrow \text{ÁNGULO DEL PLANO INCLINADO}$$

Teniendo ahora alfa calculo el valor de la fuerza de rozamiento.

$$F_{roz_{DINÁMICO}} = \mu_D . \overbrace{P . \cos 37^\circ}^{N}$$

$$\implies F_{roz_{DIN}} = 0{,}25 . 800 N . 0{,}8$$

$$\implies F_{roz_{DIN}} = 160 \text{ N} \longleftarrow$$ VALOR DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO DINÁMICA.

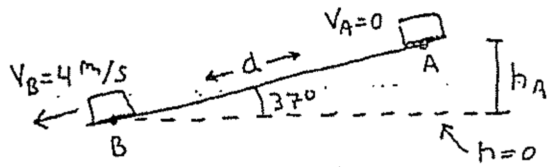
¿ Por qué calculé el valor de la fuerza de rozamiento $\boxed{\text{DINÁMICA}}$?
Bueno, porque se supone que justo cuando la caja del volcador llega a los 37° se rompe el equilibrio y el baúl empieza a moverse. Pero atención, el ángulo sigue siendo 37°.

Voy ahora al planteo de trabajo y energía.

En este problema actúa el rozamiento que es una fuerza no-conservativa, por lo tanto la energía <u>NO SE VA A CONSERVAR</u> (Problema caso 2). Planteo entonces que el trabajo de la fuerza no-conservativa va a tener que ser igual a la variación de la energía mecánica.

$$L_{F_{NO\ CONS}} = E_{M_F} - E_{M_0}$$

El instante inicial será cuando el baúl empieza a moverse y el final cuando el caso sale del camión con velocidad final $4\ \frac{m}{s}$.



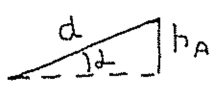
$$L_{F_{roz\,A-B}} = E_{M_B} - E_{M_A}$$

ver $\longrightarrow \ominus f_{roz} \cdot d_{A-B} = E_{C_B} + \cancel{E_{P_B}} + \cancel{E_{E_B}} - \cancel{E_{C_A}} - E_{P_A} - \cancel{E_{E_A}}$

Pusé ⊖ al trabajo de la fuerza de rozamiento porque F_{roz} se morfa energía. (o si lo querés ver de otra manera, porque la F_{roz} y el desplazamiento apuntan en direcciones opuestas).
Taché las energías elásticas porque en este problema no tengo resortes.
La potencial en <u>B</u> la taché porque la altura del punto <u>B</u> es <u>CERO</u>.
La cinética en <u>A</u> la taché porque la velocidad en <u>A</u> es <u>CERO</u>.
Me queda:

$$-f_{roz} \cdot d_{A-B} = \frac{1}{2} m\, V_B^2 - m.g\, h_A$$

d_{AB} es la distancia que hay entre los puntos <u>A</u> y <u>B</u> medida a lo largo del plano inclinado. h_A es la altura del punto <u>A</u>.
Aparentemente tengo 2 incógnitas que son <u>d</u> y <u>h_A</u>. Pero atención. En realidad <u>d</u> y <u>h_A</u> están relacionadas por trigonometría.
Fijate:



$$h_A = d.\text{sen}\ 37°$$

Reemplazando:

$$-f_{roz} \cdot d = \frac{1}{2} m\, V_B^2 - m\, g\, d.\ \text{sen}\ 37°$$

Este asunto de que en realidad h_A es $d.\text{sen}\ \alpha$ es lo que hace que muchas veces uno se trabe al llegar a este punto.

Uno está convencido de que la ecuación tiene 2 incógnitas y no es así: La ecuación tiene $\boxed{\text{UNA}}$ incógnita y el asunto se puede resolver.

Reemplazando valores en la ecuación $-F_{roz} \cdot d = \frac{1}{2} m V_B^2 - m\, g \underbrace{d \text{ sen } 37°}_{h_A}$:

$$-160\,N \cdot d = \frac{1}{2}\, 80\,Kg \left(4\,\frac{m}{s}\right)^2 - 80\,Kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot d \cdot 0{,}6$$

$$\Rightarrow -160\,N \cdot d = 640\,N \cdot m - 480\,N.$$

$$\Rightarrow 480\,N \cdot d - 160\,N \cdot d = 640\,N \cdot m$$

$$\Rightarrow 320\,\cancel{N} \cdot d = 640\,\cancel{N} \cdot m$$

$$\Rightarrow \underline{d = 2\,m} \quad \longleftarrow$$ DISTANCIA QUE EL BAÚL RECORRE SOBRE EL PLANO.

Tenés que saber bien este tipo de problemas. siempre toman cosas parecidas.

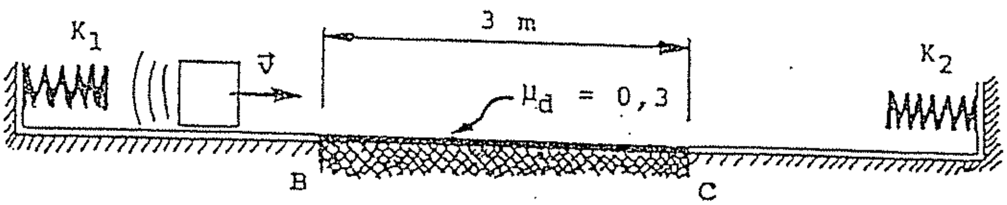
---

20 - Un cuerpo de 4 kg es impulsado por un resorte de constante elástica k_1 = 6400 N/m por una pista horizontal en la que el rozamiento es despreciable, salvo en la zona BC donde el coeficiente respectivo es μ_d = 0,3; rebota contra otro resorte de constante k_2, e ingresa nuevamente a la zona con rozamiento, deteniéndose exactamente en el punto B. Hallar:

a - La compresión inicial máxima del resorte de constante k_1.

b - La constante elástica del otro resorte, sabiendo que ambos sufrieron idéntica compresión máxima.

c - En qué punto se detendrá al repetir la experiencia con las mismas condiciones iniciales, sustituyendo el resorte 2 por otro con una constante 13 veces mayor.



Qué enunciado tan complicado!. Lo que hace el cuerpo es lo siguiente: El resorte de constante K_1 lo empuja para allá $\longrightarrow$. El tipo pasa por la zona con rozamiento y pega en el resorte de constante K_2 que lo empuja otra vez para allá $\longleftarrow$. El cuerpo vuelve a entrar en la zona con rozamiento y se para exáctamente cuando llega al punto B.

¿Cómo se resuelve este problema?

Y bueno, igual que los demás.

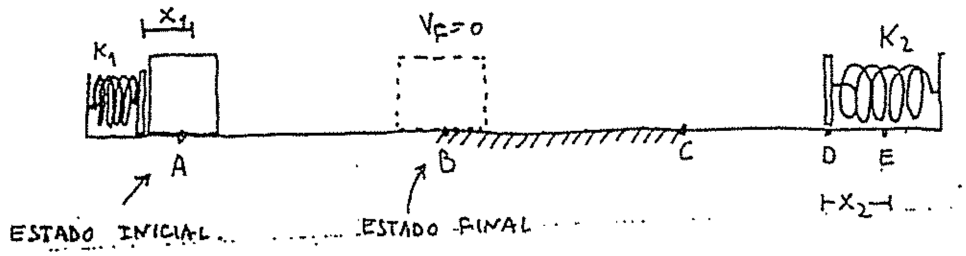
Veamos, ¿es un caso ① o un caso ②?

<u>RTA</u>: Es un caso ② porque hay rozamiento y la energía mecánica <u>NO</u> se conserva.

Planteo entonces el teorema del trabajo y la energía mecánica:

$$L_{F_{NO\ CONS}} = E_{M_F} - E_{M_0}$$

Ahora la cosa es decidir cuál va ser el estado inicial y cuál va a ser el estado final. Yo voy a tomar los siguientes:



Es decir, el asunto empieza con el cuerpo quieto y el resorte 1 comprimido una distancia x_1. (Punto A). La cosa termina con el cuerpo quieto en el punto B después de haber pasado 2 veces por la zona con rozamiento.
Entonces:

$$L_{F_{NO\ CONS_{A-B-C-D-E-D-C-B}}} = E_{M_B} - E_{M_A}$$

$$\Rightarrow L_{F_{roz_{B-C}}} + L_{F_{roz_{C-B}}} = E_{C_B} + E_{P_B} + E_{E_B} - \left(E_{C_A} + E_{P_A} + E_{E_A} \right)$$

Fijate que consideré 2 veces el trabajo de la fuerza de rozamiento porque el cuerpo pasa 2 veces por ahí.
Cuando el tipo se frena en B no tengo energía mecánica. (La cinética, la potencial y la elástica son cero). Por otra parte, al principio en el punto A sólo tengo energía elástica.
El asunto queda:

$$2\, L_{F_{roz}} = 0 - \frac{1}{2} K_1 x_1^2$$

Puse $2\, L_{F_{roz}}$ porque el trabajo que hace F_{roz} al ir es el mismo que hace al volver.
Este trabajo vale:

$$L_{F_{roz}} = \ominus\, f_{roz} . d$$

$$\Rightarrow L_{F_{roz}} = -\mu . N . d$$

Como el plano es horizontal la normal es igual al peso. $\Rightarrow$

$$L_{F_{roz}} = -\mu_D \, P \, d$$

Los datos era $\mu_D = 0{,}3$, $P = 40N$, $d = 3m$. Reemplazando todo esto:

$$L_{F_{roz}} = -0{,}3 \cdot 40N \cdot 3m$$

$$L_{F_{roz}} = -36 \text{ Joule} \longleftarrow$$ TRABAJO REALIZADO POR LA F. de ROZ.

La constante del resorte era $K_1 = 6400 \frac{N}{m}$. Como $2 L_{F_{roz}}$ era $-\frac{1}{2} K_1 X_1^2$:

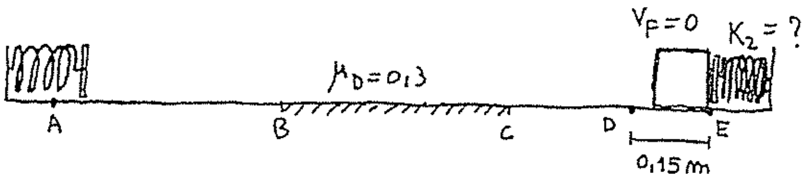
$$2 \cdot (-36 J) = -\frac{1}{2} \cdot 6400 \frac{N}{m} \cdot X_1^2$$

$$\Rightarrow -72 N.m = -3200 \frac{N}{m} X_1^2$$

$$\Rightarrow X_1^2 = 0{,}0225 m^2$$

$$\Rightarrow \underline{X_1 = 0{,}15 m} \longleftarrow$$ COMPRESIÓN INICIAL DEL RESORTE ①.

b)_ Dicen que después de pasar la 1ra vez por la zona con rozamiento el cuerpo choca contra el otro resorte y lo comprime 0,15 m. Quiere decir que tengo esto:



Es decir, el cuerpo está momentaneamente quieto y el resorte está comprimido 15 cm. Este es el estado Final (punto E).
Tomo como estado inicial el mismo de antes (punto A).
Planteando el teorema del trabajo y la energía mecánica entre los puntos A y E:

$$L_{F_{NO\,CONS.}} = E_{M_E} - E_{M_A}$$

$$\Rightarrow L_{F_{roz}} = \cancel{E_c}_E + \cancel{E_p}_E + E_{e_E} - (\cancel{E_c}_A + \cancel{E_p}_A + E_{e_A})$$

$$\Rightarrow -36 J = \frac{1}{2} K_2 X_2^2 - \frac{1}{2} K_1 X_1^2$$

$$\Rightarrow -36 N.m = \frac{1}{2} K_2 (0{,}15 m)^2 - \frac{1}{2} 6400 \frac{N}{m} (0{,}15 m)^2$$

Haciendo cuentas:

$$-36\ N.m = 0{,}01125\ m^2 K_2 - 72\ N.m$$

$$\Rightarrow 36\ N.m = 0{,}01125\ m^2 K_2$$

$$\Rightarrow \underline{K_2 = 3200\ \frac{N}{m}} \longleftarrow$$ CONSTANTE ELÁSTICA DEL RESORTE 2.

c) ¿DÓNDE SE DETIENE AHORA EL CUERPO SI K_2 VALE $13 \times 3200\ \frac{N}{m}$?

Bueno, se tiene que detener en el mismo lugar. (O sea en el punto B). Esto pasa porque el hecho de que el resorte se cambie por otro más duro no modifica para nada el problema. Es decir, el cuerpo saldrá del punto C con una determinada velocidad, chocará con el resorte, el resorte se comprimirá y volverá a empujarlo al tipo hacia el punto c. Si el resorte tiene constante mayor que el anterior, la única diferencia es que se va a comprimir menos. Eso es todo lo que pasa.

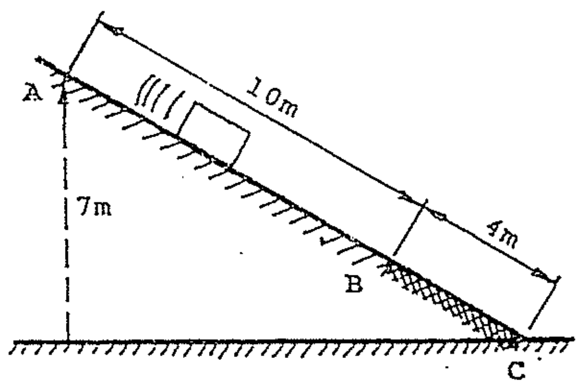
---

21 - Un cuerpo de 10 kg desciende desde el punto A, partiendo del reposo por un plano inclinado de 7 m de altura y 14 m de longitud. En el tramo AB el rozamiento es despreciable, en tanto que en el tramo BC del plano actúa una fuerza de rozamiento, que hace que el cuerpo se mueva en esa zona con velocidad constante. A partir de consideraciones energéticas, hallar:

a - El coeficiente de rozamiento dinámico en el tramo BC.

b - La velocidad con que el cuerpo llega a la base.

c - Cómo se modificarían los resultados anteriores si la masa del objeto fuera 5 kg.



Este es un problema caso ② porque actúa una fuerza no_conservativa que es el rozamiento. Planteo el teorema del trabajo y la energía mecánica entre los puntos $\underline{A}$ y $\underline{C}$:

$$L_{F_{NO\,CONS}} = E_{M_C} - E_{M_A}$$

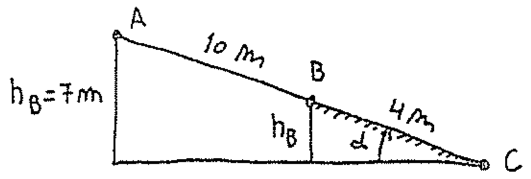
$$L_{F_{roz_{B-C}}} = E_{C_C} + \cancel{E_{P_C}} + \cancel{E_{E_C}} - (\cancel{E_{C_A}} + E_{P_A} + \cancel{E_{E_A}})$$

Las energías que taché valen cero. La cosa queda:

$$\ominus F_{roz} \cdot d_{B-C} = \frac{1}{2} m V_C^2 - m g h_A \quad ①$$

Veo que esta ecuación que plantee no me sirve. No conozco la velocidad del cuerpo en el punto $\underline{C}$ ni tampoco el trabajo que hizo la fuerza de rozamiento, Así que no puedo despejar nada.

Entonces voy a hacer lo siguiente: Voy a calcular la altura del punto $\underline{B}$ y después voy plantear todo entre $\underline{A}$ y $\underline{B}$.
Veamos:



-El ángulo α del plano inclinado es: $\operatorname{sen}\alpha = \frac{7m}{14m} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = 0,5$

$$\Rightarrow \alpha = 30^\circ \longleftarrow \text{ÁNGULO DEL PLANO INCLINADO.}$$

La altura h_B va a ser: $h_B = 4m . \operatorname{sen} 30^\circ \Rightarrow$

$$h_B = 2\,m \longleftarrow \text{ALTURA DEL PUNTO B.}$$

Planteo Ahora el teorema del trabajo y la Energía mecánica entre los puntos A y B. Tomo el piso como nivel de referencia.

$$L_{F\,NO\,CONS\,A-B} = E_{M_B} - E_{M_A}$$

$\underline{No}$ hay trabajo de fuerzas no-conservativas entre $\underline{A}$ y $\underline{B}$ porque en ese tramo $\underline{no}$ hay rozamiento. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 0 = E_{M_B} - E_{M_A} \Rightarrow E_{M_B} = E_{M_A}$$

$$\Rightarrow E_{C_B} + E_{P_B} + \underbrace{\cancel{E_{E_B}}}_{0} = \underbrace{\cancel{E_{C_A}}}_{0} + E_{P_A} + \underbrace{\cancel{E_{E_A}}}_{0}$$

Resortes no hay así que las energías elásticas son cero. Cinética en $\underline{A}$ tampoco hay porque $V_A = 0$.
Me queda:

$$\frac{1}{2} \cancel{m} V_B^2 + \cancel{m} g\, h_B = \cancel{m} g\, h_A$$

$$\Rightarrow V_B = \sqrt{2g\,(h_A - h_B)}$$

$$V_B = \sqrt{2\ 10\frac{m}{s^2}\,(7m - 2m)}$$

Si te fijás un poco vas a ver que esta cuenta es raíz de dos ge hache, donde hache es la altura que hay del punto B al punto A. ($\sqrt{2gh}$ era la velocidad que tenía una cosa que se dejaba caer de una altura hache).
La cuenta me da:

$$V_B = 10 \frac{m}{s} \longleftarrow \text{VELOCIDAD EN EL PUNTO B.}$$

Ahora qué pasa?. Pasa que el problema dice que del punto B al punto C el tipo va con velocidad constante. (Eso pasa porque hay rozamiento). Quiere decir entonces que la velocidad con la cual el tipo llega a la base del plano inclinado será también $10 \frac{m}{s}$.
Entonces:

$$\underline{V_C = 10 \frac{m}{s}} \longleftarrow \text{VELOCIDAD CON QUE LLEGA AL PISO}$$

Ahora para calcular el valor de la fuerza de rozamiento podría plantear el teorema del trabajo y la energía mecánica entre B y C. Pero atención, también puedo plantearlo entre A y C. Esto es lo que me conviene más porque es lo que hice al principio de todo. Ahí ya había obtenido la ecuación ① que decía que:

$$-f_{roz} \cdot d_{B-C} = \frac{1}{2} m V_C^2 - m\, g\, h_A \quad ①$$

Antes no pude usar esta ecuación porque no tenía V_C. Ahora sí la tengo y el asunto queda:

$$-f_{roz} \cdot 4\,m = \frac{1}{2}\, 10\,Kg \left(10 \frac{m}{s}\right)^2 - 10\,Kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 7\,m$$

$$\Rightarrow -f_{roz} \cdot 4\,m = 500\,Kg \frac{m^2}{s^2} - 700\,Kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow -f_{roz} \cdot 4\,m = -200\ N \cdot m$$

$$\Rightarrow f_{roz} = 50\ \text{Newton} \longleftarrow \text{VALOR DE LA F DE ROZ.}$$

Como esta es la fuerza de rozamiento dinámico entre B y C, puedo poner que:

$$f_{roz_D} = \mu_D \cdot N = \mu_D \cdot \overbrace{P \cdot \cos 30^\circ}^{N}$$

$$\Rightarrow \mu_D \cdot 100\,N \cdot 0{,}866 = 50\,N$$

$$\Rightarrow \underline{\mu_D = 0{,}577} \longleftarrow \text{VALOR DEL MU DINÁMICO}$$

EL Punto c) Pide ver si cambian los resultados cuando la masa del cuerpo pasa a ser la mitad.

Bueno, la velocidad al llegar al piso no va a cambiar porque V_B me dió $\sqrt{2g(h_A-h_B)}$ y esta expresión no depende de la masa.

El Mu dinámico tampoco va a cambiar si cambia la masa. Para comprobar esto tendría que plantear la ecuación ① con letras. Veamos.

Esta ecuación era: $-f_{roz}\cdot d_{B-C} = \frac{1}{2} m V_c^2 - mgh_A$

Si reemplazo la fuerza de rozamiento por $\mu_D \cdot mg\cos 30°$ me queda:

$$-\mu_D \cancel{m} g \cos 30° \cdot d = \frac{1}{2} \cancel{m} V_c^2 - \cancel{m} g h_A$$

La masa se simplifica en todos los terminos. Quiere decir que si despejo μ_D voy a obtener una ecuación INDEPENDIENTE DE M.

Por lo tanto μ_D será 0,577 cualquiera sea la masa del coso.

---

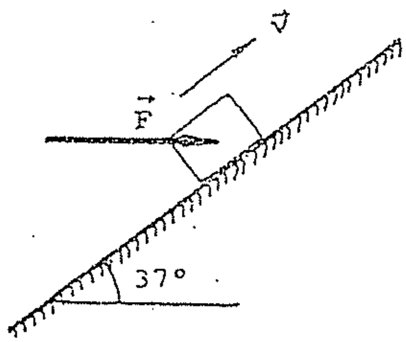
22 - Un cajón de 200 kg, lanzado hacia arriba por un plano inclinado 37° con una velocidad inicial de 9 m/s, tiene aplicada una fuerza F horizontal constante, cuya intensidad es 800 N. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el cajón y el plano es μ_d = 0,25.

a - A partir de un planteo energético, hallar qué distancia recorre sobre el plano hasta detenerse.

b - Calcular la variación de energía mecánica que sufre en el ascenso.

c - Hallar la potencia instantánea correspondiente a cada una de las fuerzas actuantes, en el punto de partida.

d - Determinar la potencia media desarrollada por cada una de las fuerzas, durante el ascenso.



Este es un problema caso ②. Tengo 2 fuerzas no-conservativas. Una es el rozamiento y la otra es la fuerza F exterior. Por lo tanto tengo un problema de NO conservación de la energía.

Planteo entonces que:

$$L_{F_{NO-CONS}} = E_{M_f} - E_{M_0}$$

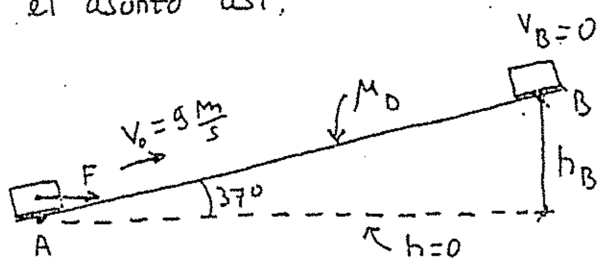
Tomo el instante inicial cuando el tipo empieza a subir por el plano inclinado con $V_0 = 9$ m/s. Lo llamo punto A. El instante final será cuando el tipo se detiene después de recorrer una distancia d. (Punto B)

Es decir tomo el asunto así:

F = 800 N

$\mu_D = 0{,}25$

m = 200 Kg



← ESTADOS INICIAL (A) Y FINAL (B).

Este problema es bastante feo y hay que entender bien lo que pide el enunciado.

¿Entendés por ejemplo por qué el tipo se frena pese a que hay una fuerza que lo empuja?

Bueno, el coso empieza a subir por el plano inclinado porque viene con velocidad inicial. Sin embargo, parece que P_x ($= P \operatorname{sen} \alpha$) es muy grande, de manera que el cuerpo se frena pese a que la F lo empuja.

(Medio complicado, no?)

Sigo.

El teorema del trabajo y la energía mecánica planteado entre los puntos A y B queda así:

$$L_{F_{roz}} + L_F = E_{M_B} - E_{M_A}$$

$$\Rightarrow \quad L_{F_{roz}} + L_F = \cancel{E_{C_B}} + E_{P_B} + \cancel{E_{E_B}} - (E_{C_A} + \cancel{E_{P_A}} + \cancel{E_{E_A}})$$

Fijate que la energía mecánica en B es $m g h_B$ porque el tipo se frena al llegar ahí. ($\Rightarrow$ No tiene energía cinética en B).

Por otro lado, en A sólo tiene cinética que vale $\frac{1}{2} m V_A^2$.

Resortes no hay así que las energías elásticas valen CERO.

El asunto queda:

$$\ominus F_{roz} \cdot d + F \cdot d \cos(\hat{Fd}) = m g h_B - \frac{1}{2} m V_A^2$$

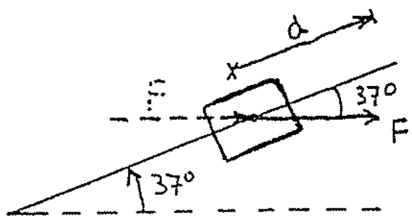
Te comento que la expresión $F \cdot d \cos(\hat{Fd})$ se lee: "Fuerza F por distancia d por el coseno del ángulo formado entre F y d."

El problema ahora va a ser calcular:

1) El ángulo formado entre F y d.

2) El valor de la fuerza de rozamiento.

veamos. Para ver que ángulo forman la Fuerza y la distancia hago un dibujito:



TRASLADO A F PARA QUE EL ESQUEMA SE ENTIENDA MEJOR.

La fuerza F es paralela al piso mientras que la distancia d se mide a lo largo del plano inclinado. Por lo tanto, mirando el dibujito veo que si el ángulo del plano es 37°, el ángulo entre F y d también será 37°.

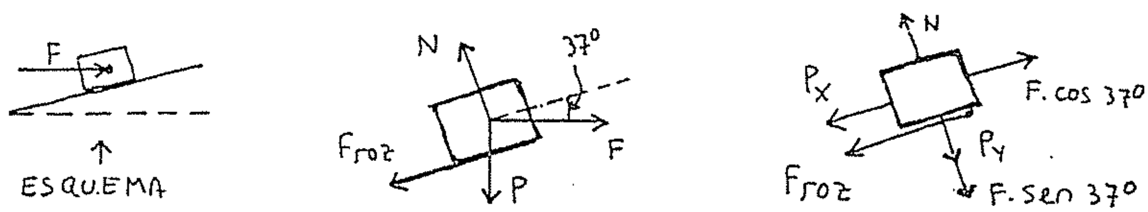
Calculo ahora el valor de la fuerza de rozamiento. Me gustaría poner $F_{roz} = \mu_D \cdot \underbrace{P \cdot \cos 37}_{N}$ pero no puedo.

¿Por qué?

Porque ahora la fuerza F aprieta al cuerpo contra el coso y la normal ya no vale más P. cos 37°.

Va a haber que calcularla. (Te dije que este problema era feo). Vamos! Nada de feo!. Hay que seguir!

Voy a hacer el diagrama de cuerpo libre.



Los 2 dibujos de la derecha son el diagrama de cuerpo libre, sólo que en el segundo descompuse todas las fuerzas según las direcciones // y ⊥ al plano inclinado.

En la dirección así ↖ no hay aceleración de manera que la ecuación me queda:

$$N - P_Y - F \cdot \text{sen } 37° = 0$$

$$\Rightarrow \quad N = P_Y + F \text{ sen } 37°$$

$$\Rightarrow \quad N = P \cdot \cos 37° + F \text{ sen } 37°$$

Sabiendo que N vale P. cos 37° + F. sen 37°, hago la cuenta y me da:

$$N = 2000\,N \cdot 0{,}8 + 800\,N \cdot 0{,}6$$

$$\Rightarrow N = 2080 \text{ Newton}$$ ⟵ VALOR DE LA NORMAL

La Fuerza de rozamiento dinámico va a ser:

$$F_{roz} = \mu_D \cdot N = 0{,}25 \cdot 2080\,N$$

$$\Rightarrow F_{roz} = 520\,N$$ ⟵ VALOR DE LA F_{ROZ}

Vuelvo ahora a la expresión del teorema del trabajo y la energía mecánica que me había quedado:

$$-F_{roz} \cdot d + F \cdot d \cos(\hat{Fd}) = m g h_B - \frac{1}{2} m V_A^2$$

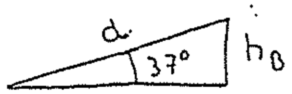
Reemplazando por los datos y por lo que ya calculé:

$$-520N \cdot d + 800N \cdot d \cos 37^\circ = 2000N \cdot h_B - \frac{1}{2}\, 200\,Kg \left(9\,\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Rightarrow -520N \cdot d + 640N \cdot d = 2000N \cdot h_B - 8100\,N.m$$

$$\Rightarrow 120\,N \cdot d = 2000\,N \cdot h_B - 8100\,N.m$$

Acá tengo un pequeño problema: No conozco $\underline{d}$ ni $\underline{h_B}$.
Bueno, pero no importa. Puedo relacionarlas por trigonometría. (Esto siempre lo toman en los parciales).



⟵ RELACION ENTRE $\underline{d}$ Y $\underline{h_B}$. (IMPORTANTE).

$$d \cdot \text{sen}\, 37^\circ = h_B$$

$$\Rightarrow d \cdot 0{,}6 = h_B$$

Reemplazando:

$$120\,N \cdot d = 2000\,N \cdot (0{,}6\, d) - 8100\,N.m$$

$$\Rightarrow 8100\,N.m = 1200\,N \cdot d - 120\,N \cdot d$$

$$\Rightarrow 8100\,N.m = 1080\,N\, d$$

$$\Rightarrow \underline{d = 7{,}5\,m}$$ ⟵ DISTANCIA RECORRIDA A LO LARGO DEL PLANO.

b)- CALCULAR LA VARIACIÓN DE ENERGÍA MECANICA DURANTE EL ASCENSO.

La variación de la energía mecánica es la energía mecánica que hay al final menos la que había al principio.
Entonces:

$$\Delta E_M = E_{M_f} - E_{M_0} = E_{M_B} - E_{M_A}$$

$$\Rightarrow \Delta E_M = mg\,h_B - \frac{1}{2} m\, V_A^2$$

$$\Rightarrow \Delta E_M = 2000\,N.(7{,}5\,m.0{,}6) - \frac{1}{2}\,200\,Kg.(9\,\frac{m}{s})^2$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta E_{MEC} = 900 \text{ Joule}} \longleftarrow$$ VARIACIÓN DE ENERG. MECÁNICA

Ahora, la variación de la energía mecánica también es igual al trabajo de las fuerzas no conservativas. ¿Podría calcular ΔE_M como $L_F + L_{Froz}$?
Si. Se puede y tiene que dar lo mismo.
comprobemos:

$$\Delta E_{MEC} = -F_{roz} \cdot d + F \cdot d \cos 37^0$$

$$\Delta E_M = -520N.\,7{,}5\,m + 800N.\,7{,}5\,m.\,0{,}8$$

$$\Delta E_M = 900\,J \quad \text{(Verifica)}$$

El resultado positivo para la variación de energía mecánica me indica que el cuerpo <u>gana</u> <u>energía</u>.

C)- HALLAR LA POTENCIA INSTANTÁNEA PARA CADA FUERZA AL PARTIR.

Para calcular que entrega cada fuerza en el momento en que $V = 9\,\frac{m}{s}$ tengo que usar la fórmula:

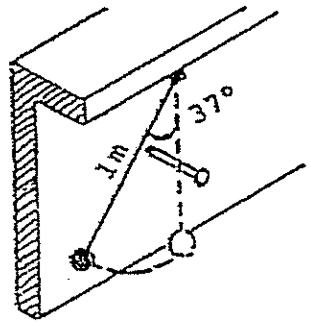
$$P = F.\,V.\,\cos(\hat{FV})$$

Coseno de $\hat{FV}$ es el coseno del ángulo formado entre la fuerza y la velocidad.
Es decir que lo que tengo que hacer acá es un montón de cuentas choclazas que no te van a enseñar nada nuevo.
Lo siento. Que lo haga otro.

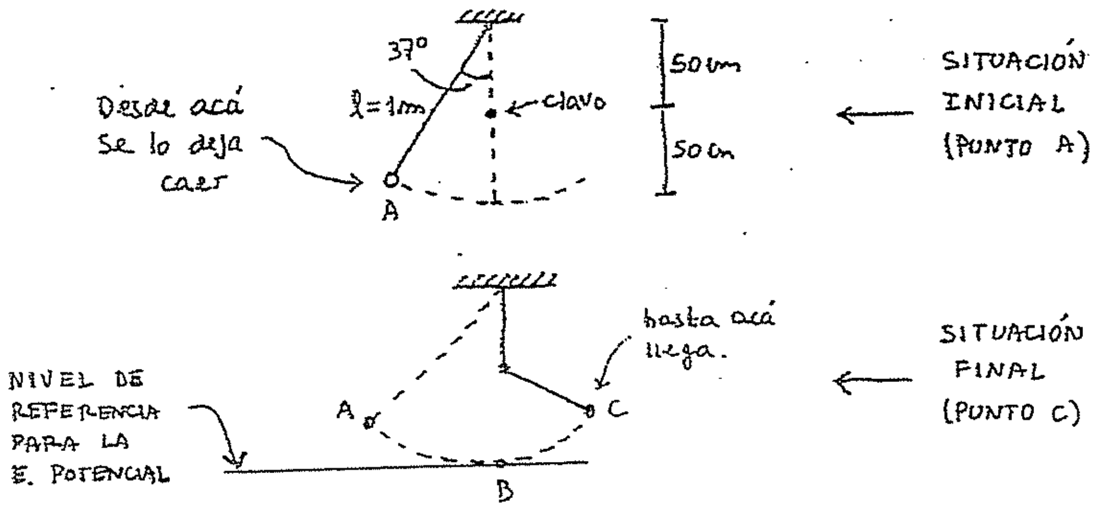
d)- CALCULAR LA POTENCIA MEDIA DE CADA FUERZA DURANTE EL ASCENSO.

Peor todavía! Tengo que aplicar la fórmula: Trabajo realizado dividido tiempo empleado. Calcular el Δt es más choclazo que antes.
Que el punto d) lo resuelva el que lo inventó.

23 - Con referencia al péndulo de la Figura, se coloca un clavo horizontal, normal al plano de oscilación, a 50 cm del techo. Determinar a qué altura llegará ahora al otro lado.
Hallar en qué posición deberá ubicarse el clavo, para que la pesa dé una vuelta completa a su alrededor, sin que el hilo se afloje en ningún momento.



Voy a hacer el esquema de lo que pasa:



Es decir, al tipo se lo deja caer del punto A ($V_A = 0$). Pasa por el punto B que es la posición más baja y llega a la posición C que es la altura máxima. ($V_C = 0$).
Voy a medir todas las alturas desde la posición más baja que es el punto B. (Siempre conviene hacer esto en los problemas de péndulo).
Ahora vamos a la cuestión de la energía.
Veamos. ¿Es un problema caso 1 y caso 2 ?
Bueno, hago el diagrama de cuerpo libre y me fijo si las fuerzas que actúan son conservativas o no-conservativas.

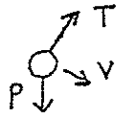


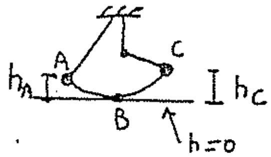
DIAGRAMA DE C LIBRE PARA UNA POSICIÓN CUALQUIERA

Actúan 2 fuerzas: El peso y la tensión de la cuerda.
El peso es conservativa. Pero ¿qué pasa con $\underline{T}$?

Pasa que no importa si T es conservativa o no-conservativa porque T no realiza trabajo. La tensión se mueve todo el tiempo en forma ⊥ a la trayectoria, de manera que el ángulo que forma vale 90° y el trabajo que realiza es CERO.

CONCLUSIÓN: El problema es un caso 1. (No se pierde energía).

Planteo entonces que la energía al final tiene que ser igual a la energía al principio.



$$E_{M_A} = E_{M_C}$$

$$\cancel{E_{C_A}} + E_{P_A} + \cancel{E_{E_A}} = \cancel{E_{C_C}} + E_{P_C} + \cancel{E_{E_C}}$$

$$\Rightarrow \cancel{m}\,\cancel{g}\,h_A = \cancel{m}\,\cancel{g}\,h_C$$

$$\Rightarrow \underline{h_A = h_C}$$

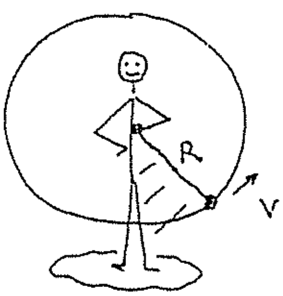
Este resultado me dice que las alturas de los puntos A y C tienen que ser iguales. Dicho de otra manera, si se lo deja caer desde una cierta altura, llegará hasta la misma altura.

¿Es lógico esto?

Sí, es lógico, porque si no hay rozamiento la altura a la que llega tiene que ser igual a la altura de la cual partió.

Vamos a la 2da parte del problema.
(Acá agarrate porque este asunto es complicado).
Preguntan donde hay que poner el clavo para que la pesa del péndulo de la vuelta entera sin que se afloje el hilo.

Voy a empezar el problema de atrás para adelante porque sinó no vas a entender nada.
Supongamos que tengo una cosa que gira con movimiento circular en un plano vertical.



← EL OBJETO GIRA Y LA CUERDA ESTÁ TENSIONADA.

¿Qué velocidad tiene que tener el coso en la parte superior para que la soga no se arrugue?
Bueno, hago el diagrama cuando el tipo pasa por la parte de arriba. (Punto D).

← ESQUEMA Y DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Cuando el cuerpo pasa por el punto D hay 2 fuerzas actuando sobre él: Una es el peso y la otra es la tensión.
La ecuación de Newton es:

$$P + T = m\, a_{cp}$$

Ahora que pasa. Pasa que cuanto $\boxed{\text{mayor}}$ sea la velocidad angular, $\boxed{\text{mayor}}$ será la tensión de la cuerda. (Esto tenés que pensarlo un poco).
Si yo voy reduciendo la velocidad angular, la cuerda se va a sentir cada vez menos tensionada. En el momento en que el hilo deje de estar tensionado del todo, la soga se va a arrugar.
Es decir la condición que pide el problema es que la cuerda no esté tensionada, o dicho de otra manera, $\boxed{T=0}$.
Entonces me queda:

$$P + \overbrace{0}^{T} = m \cdot a_{cp}$$

El peso es $m \cdot g$ y la a_{cp} es velocidad tangencial ^{2} sobre radio.

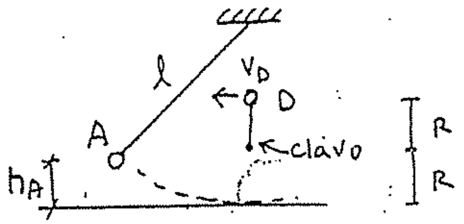
$$\Rightarrow \cancel{m}\, g = \cancel{m}\, \frac{V_T^2}{R}$$

$$\Rightarrow V_T = \sqrt{g \cdot R}$$

CONCLUSIÓN: Para que la cuerda NO se afloje cuando el tipo llega arriba tendrá que tener una velocidad que sea raíz de ge por erre.
NO puedo calcular esa velocidad porque no tengo el radio. (el radio es lo que estoy buscando).

Voy a hacer ahora el planteo por energía entre el punto A y el punto D.

La energía se conserva de manera que $E_{M_F} = E_{M_0}$.



$$E_{M_A} = E_{M_D}$$

$$\cancel{E_{C_A}} + E_{P_A} + \cancel{E_{E_A}} = E_{C_D} + E_{P_D} + \cancel{E_{E_D}}$$

$$m g h_A = m g h_D + \frac{1}{2} m V_D^2$$

En la ecuación esta, V_D es la velocidad que tiene el tipo en la parte más alta que me había dado $\sqrt{g.R}$

Por otra parte la altura del punto D es 2 R (mirá el dibujo)

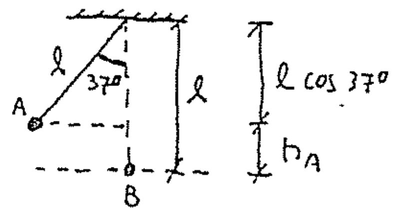
Entonces:

$$\cancel{mg} h_A = \cancel{mg}\, 2R + \frac{1}{2} \cancel{mg} . R$$

$$\Rightarrow h_A = 2R + \frac{R}{2}$$

$$\Rightarrow h_A = \frac{5}{2} R$$

La altura del punto A la puedo sacar por trigonometría mirando este dibujito: ⟶



$$l = h_A + l . \cos 37^0$$

$$\Rightarrow h_A = l - l \cos 37^0$$

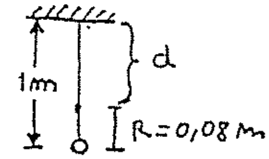
Como l vale 1 m : $h_A = 1m - 1m . 0,8 \Rightarrow h_A = 0,2\,m \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} R = h_A = 0,2\,m$$

$$\Rightarrow R = 0,08\,m \longleftarrow \text{RADIO DE LA TRAYECTORIA.}$$

Bueno, ahora tengo que saber a que altura del techo tiene que estar el clavo. Eso lo saco de este otro dibujito:

La distancia al techo será:



$$d + 0,08\,m = 1\,m$$

$$\Rightarrow d = 1m - 0,08\,m$$

$$\Rightarrow \underline{d = 0,92\,m} \longleftarrow \text{DISTANCIA AL TECHO}$$

ASIMOV

TR6_16 M_A

6 TRABAJO Y ENERGIA

- ENERGÍA MECÁNICA.
- CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.

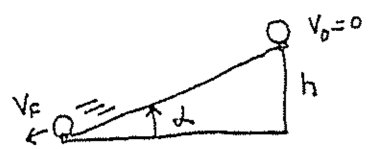
PROBLEMAS 24 al 29

¿COMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE TRABAJO Y ENERGÍA?

Bueno, hay 2 tipos de problema: Problemas en los que se conserva la energía y problemas en los que NO se conserva la energía. Llamemoslos caso ① y caso ② respectivamente.

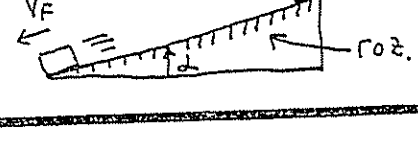
Tengo un problema caso ① cuando todas las fuerzas que actúan son conservativas (como el peso y la fuerza del resorte). La energía mecánica se va a conservar y por lo tanto para resolver el problema tengo que plantear que:

PROBLEMAS CASO ①. $\longrightarrow \boxed{E_{M_F} = E_{M_0}}$

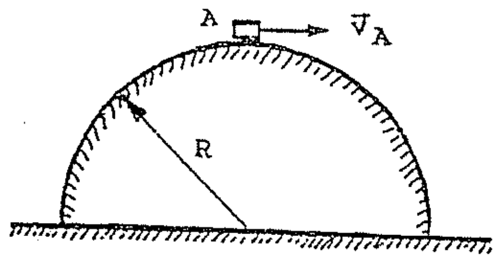


Tengo un problema caso ② cuando actúa alguna fuerza NO_conservativa (como el rozamiento o una fuerza F exterior). La energía mecánica NO se va a conservar y por lo tanto va a haber una diferencia entre la energia mecánica final y la energía mecanica inicial. Esa diferencia va a ser igual al trabajo que hizo la fuerza no conservativa. Para resolver el problema tengo que plantear que:

PROBLEMAS CASO ②. $\longrightarrow \boxed{L_{F_{NO\_CONS}} = E_{M_F} - E_{M_0}}$

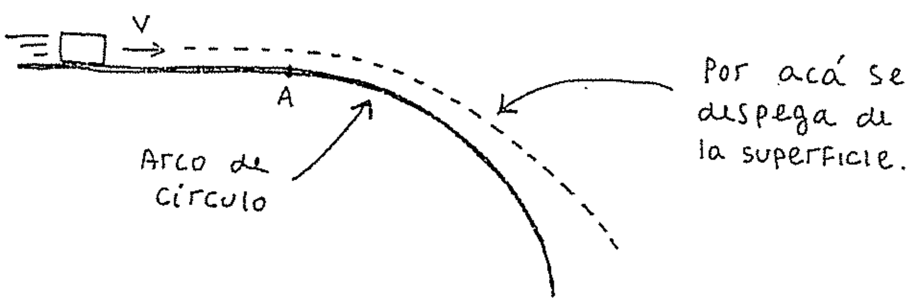


24 - Un cubito de hielo se desliza con rozamiento despreciable apoyado sobre un casquete esférico de radio R. Si la velocidad del cubito en el punto más alto es v_A, hallar la expresión de la altura a la cual se separará de la superficie, y la forma de la trayectoria que seguirá. Analizar el caso límite para el que $v_A \to 0$.



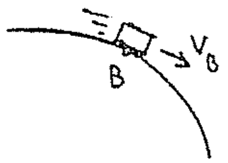
Este es un problema realmente maldito. Yo te diría que lo dejes acá y pases al que sigue.
Ahora, si sos lo suficientemente valiente como para enfrentar a este monstruito, entonces... adelante.
Pero si no querés complicarte la vida con problemas que no te van a tomar, salteate estas páginas y terminemos con esta historia.
¿Creo que fui claro, no?
Chau.

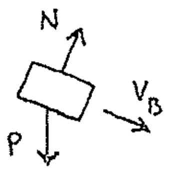
¿Y? ¿qué pasó?
¿no te dije que dejaras esto de lado?
(que bronca que me da cuando no me hacen caso!).
En fin. Vos te lo buscaste.
Empecemos.
Lo que quiere decir el enunciado es lo siguiente:



El objeto viene moviendose con velocidad inicial. Si esa velocidad es muy grande el tipo se va a separar directamente en el punto A.
Algo así:  . Si la velocidad es más chica el tipo se separará en algún punto intermedio. Y si la velocidad inicial es CERO (= se lo deja caer desde el punto A)...
Bueno, en ese caso veremos.

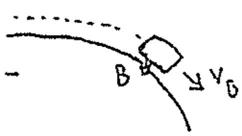
Como el problema es todo con letras, yo voy a plantear todo suponiendo que el tipo pasa por el punto A con velocidad V_A.
Voy a hacer el diagrama de cuerpo libre en algún momento cualquiera de la trayectoria pero cuando el tipo todavía NO se despegó del piso.
En ese caso tengo esto:





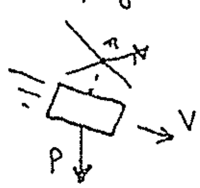
← FUERZAS QUE ACTÚAN CUANDO TODAVÍA NO SE SEPARÓ DE LA SUPERFICIE CIRCULAR.

Ahora lo difícil de entender es lo siguiente: ¿Qué significa que el cuerpo se despegue del piso?
Bueno mientras va cayendo por la superficie circular el coso se apoya en esta superficie y le ejerce una fuerza. Por acción y reacción la superficie le contesta con una fuerza igual y contraria. Esta fuerza que la superficie ejerce sobre el objeto es justamente la normal. Ahora,
¿Qué pasa cuando el objeto ya no toca más el piso?
Pasa que el tipo ya no ejerce fuerza sobre la superficie, o lo que es equivalente, el piso ya no ejerce más fuerza sobre él.
Lo que quiero decir es que:



← LA NORMAL ES <u>CERO</u> CUANDO EL CUERPO SE SEPARA DE LA SUPERFICIE CIRCULAR. ← <u>Ver</u>

Esto es la condición que pide el problema. Esto me indica que $\boxed{\text{JUSTO}}$ en el momento del despegue el diagrama de cuerpo libre es el siguiente:



← DIAGRAMA CUANDO LA NORMAL ES CERO.

Es decir, la única fuerza que actúa en ese momento es el peso. (Tanto lío para llegar a esto?).
Bueno, la cosa es que aparte de darme cuenta de que N es igual a cero, también tengo que considerar que todo el tiempo el cuerpo se mueve con movimiento circular.

En el momento de despegarse el objeto empieza a seguir una trayectoria parabólica, pero hasta el momento del despegue, el movimiento fué circular. O sea que la cosa queda:

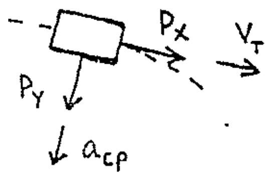


DIAGRAMA DEFINITIVO PARA EL MOMENTO DEL DESPEGUE.

Teniendo en cuenta este diagrama de cuerpo libre, lo que tengo que plantear es la ecuación de Newton para el movimiento circular. En este caso la fuerza centrípeta es P_Y. Entonces la ecuación es:

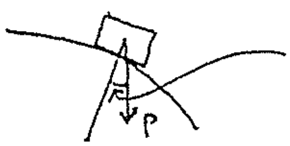
$$P_Y = m \cdot a_{cp}$$

P_Y es P por coseno de alfa y la aceleración centrípeta es V_T^2/R.

$$\Rightarrow \cancel{m} g \cdot \cos\alpha = \cancel{m} \frac{V_T^2}{R}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{V_T^2}{g \cdot R}$$

Este es el ángulo para el cual el tipo se separa de la superficie. A ver si nos entendemos:



Es decir, es el ángulo que forma el peso con la normal a la superficie.

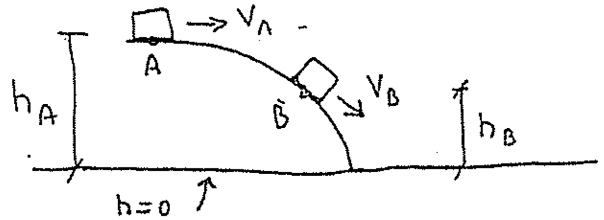
Ahora, no puedo calcular α con la formula $\cos\alpha = V_T^2/g.R$ porque no conozco la velocidad tangencial que tiene el tipo en el momento del despegue. (ge y erre se supone que son datos).

Entonces tengo que calcular primero V_T.

Para hacer esto voy a hacer un planteo por energía. Voy a tomar el instante inicial en el punto A y el instante final en el momento del despegue. (Lo llamo punto B).

El problema es un caso 1 porque no tengo fuerzas no conservativas. Tengo la normal, pero la normal es todo el tiempo $\perp$ a la trayectoria y no hace trabajo.

Planteo entonces conservación de la energía entre los puntos A y B:



$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$\Rightarrow E_{C_A} + E_{P_A} = E_{C_B} + E_{P_B}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m} V_A^2 + \cancel{m} g h_A = \frac{1}{2}\cancel{m} V_B^2 + \cancel{m} g h_B$$

La masa estaba en todos los términos así que la saqué factor común y la simplifiqué. Despejando V_B:

$$\frac{1}{2} V_B^2 = \frac{V_A^2}{2} + g h_A - g h_B$$

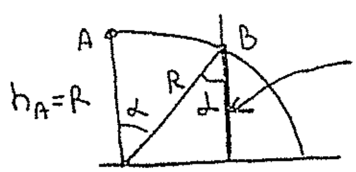
$$\Rightarrow V_B^2 = 2\left(\frac{V_A^2}{2} + g h_A - g h_B\right)$$

$$\Rightarrow V_B = \sqrt{V_A^2 + 2g(h_A - h_B)}$$ ← VELOCIDAD EN EL MOMENTO DEL DESPEGUE

Reemplazando esta velocidad en la expresión $\cos\alpha = \dfrac{V_T^2}{g R}$:

$$\cos\alpha = \frac{V_A^2 + 2g(h_A - h_B)}{g \cdot R}$$

Acá hay que darse cuenta de varias cositas. Por empezar la altura h_A es igual al radio. Por otro lado puedo poner que:



$h_B = R \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{h_B}{R}$

Reemplazando:
$$\frac{h_B}{R} = \frac{V_A^2 + 2g(R - h_B)}{g \cdot R}$$

$$\Rightarrow \frac{h_B}{\cancel{R}} \cdot g \cdot \cancel{R} = V_A^2 + 2gR - 2g h_B$$

$$\Rightarrow g h_B + 2 g h_B = V_A^2 + 2gR$$

$$\Rightarrow 3 g h_B = V_A^2 + 2gR$$

$$\Rightarrow h_B = \frac{V_A^2 + 2gR}{3g}$$ ← ALTURA DEL PUNTO DE DESPEGUE.

quiere decir que la respuesta a lo que pedía el problema es:
El cuerpo se separará de la superficie esférica a una altura del piso que vale $h = (V_A^2 + 2gR)/3g$. A partir de ese punto el tipo seguirá una trayectoria parabólica.

El problema pregunta también cual va a ser la altura en caso de que al tipo se lo deje caer desde el punto A o dicho de otra manera, cuando $V_A = 0$. Hago entonces V_A igual a cero en la fórmula anterior y me queda:

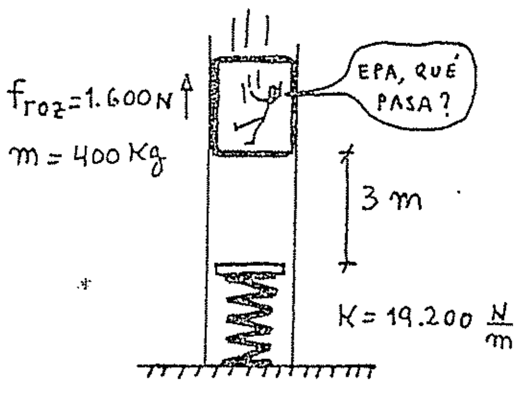
$$\underline{h_{(V_A=0)} = \frac{2}{3} R} \quad \leftarrow \text{ALTURA CUANDO LA VELOCIDAD INICIAL ES 0}$$

(Difícil este problema, eh?)

---

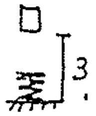
25 - El coche de un ascensor, de 400 kg, está en reposo en el primer piso, a 3 m de altura sobre el extremo libre de un resorte paragolpes cuya constante elástica es 19200 N/m. En esas condiciones se rompe el cable que lo sostiene, y automáticamente actúa un freno de fricción contra las guías que le aplica una fuerza vertical en sentido opuesto a su desplazamiento, cuyo módulo constante es 1600 N. Hallar:
   a - la velocidad del coche al llegar al extremo del resorte.
   b - la máxima distancia que lo comprimirá.
   c - la altura máxima que alcanzará, luego del primer rebote.

Voy a hacer un dibujo a ver si entiendo lo que pide el enunciado. Según lo que yo interpreto sería algo así:



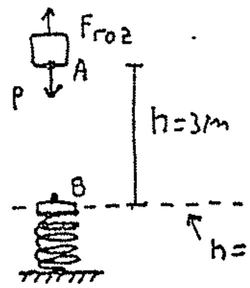
← ESQUEMA DE LO QUE PASA.

Fijate que a los 3 m que dice el problema los puse así: 

y no así: 

a)_ Me piden que calcule la velocidad que tiene el tipo cuando está por chocar con el resorte. Si no hubiera rozamiento esa velocidad valdría Raíz de dos ge hache, con hache igual a 3 m. Pero acá $\boxed{\text{SI}}$ hay rozamiento. Es la Fuerza de 1.600 N que hace el freno ese que tiene el ascensor. Entonces tengo una Fuerza no conservativa y el problema será un caso ②. La E_{Mec} <u>NO</u> se va a conservar.

Planteo entonces el teorema del trabajo y la energía mecánica:



$$L_{F_{No\ cons}} = E_{M_F} - E_{M_0}$$

$$L_{F_{roz}} = E_{M_{ABAJO}} - E_{M_{ARRIBA}}$$

$$-F_{roz} \cdot 3\,m = E_{C_B} + E_{P_B} - (E_{C_A} + E_{P_A})$$

Como siempre, energía elástica no hay porque en esta parte del problema no intervienen resortes. (La pregunta: cuánto vale la velocidad del ascensor cuando choca con el resorte significa: cuál es la velocidad JUSTO $\boxed{\text{ANTES}}$ del choque. Esto es lo que ellos suelen llamar "interpretación del enunciado").

Conclusión, la cosa queda: $-F_{roz} \cdot 3m = \frac{1}{2} m V_F^2 + 0 - (0 + m\,g\,3m)$

$$\Longrightarrow \quad -1.600\,N \cdot 3\,m = 0,5 \cdot 400\ Kg \cdot V_F^2 - 400\ Kg \cdot 10\,m/s^2 \cdot 3\,m$$

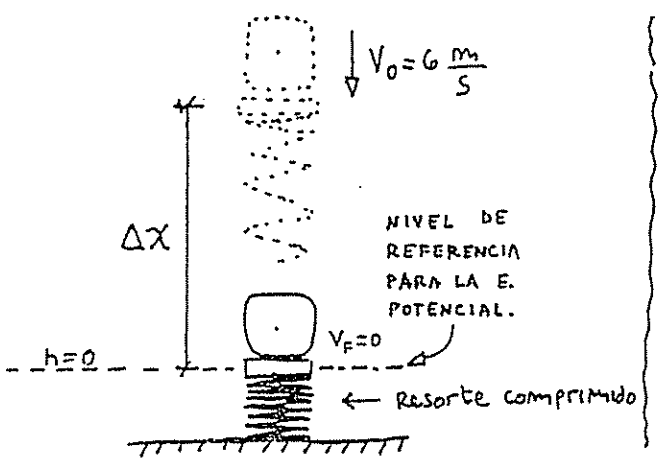
$$\Longrightarrow -4.800\ \frac{Kg \cdot m^2}{s^2} = 200\ Kg \cdot V_F^2 - 12.000\ \frac{Kg \cdot m^2}{s^2}$$

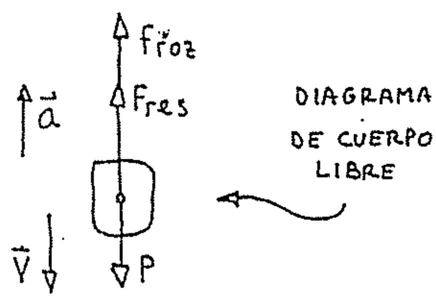
$$\Longrightarrow 7200\ \frac{Kg \cdot m^2}{s^2} = 200\ Kg \cdot V_F^2$$

$$\Longrightarrow \underline{\underline{V_F = 6\ \frac{m}{s}}} \longleftarrow$$

VELOCIDAD DEL ASCENSOR CUANDO ESTÁ POR CHOCAR CON EL RESORTE.

b)- Me piden ahora que calcule cuanto se comprime el resorte. Un esquema del asunto sería:





Fijate por favor que no tomo el suelo como nivel de referencia.

TOMO LA POSICIÓN MAS BAJA A LA CUAL LLEGÓ EL CUERPO. (Quiero decir, cuando el tipo tiene V_F cero y el resorte está comprimido del todo).

Como las únicas fuerzas que actuan son P, la F del resorte Y EL ROZAMIENTO, el L de las Fuerzas no conservativas vale $-F_{roz} \cdot \Delta X$.

El teo. del L y la E. queda: $-f_{roz} \cdot \Delta x = \Delta E_m \Longrightarrow -f_{roz} \cdot \Delta x = \Delta E_c + \Delta E_p + \Delta E_E$

$$\Longrightarrow -f_{roz} \cdot \Delta X = \underbrace{0}_{E_{c_f}} - \underbrace{\tfrac{1}{2} m V_0^2}_{E_{c_0}} + \underbrace{0}_{E_{p_f}} - \underbrace{mg \cdot \Delta x}_{E_{p_0}} + \underbrace{\tfrac{1}{2} K \Delta X^2}_{E_{E_F}} - \underbrace{0}_{E_{E_0}}$$

$$-f_{roz} \Delta x = -0{,}5 \cdot 400\ Kg \cdot (6{,}00\ m/s)^2 - 400\ Kg \cdot 10\ m/s^2 \cdot \Delta x + 0{,}5 \cdot 19.200\ N/m \cdot \Delta X^2$$

$$\Longrightarrow -1.600\ N \cdot \Delta X = -7.200\ N.m - 4.000\ N.\ \Delta x + 9.600\ N/m \cdot \Delta x^2$$

$$0 = 9.600\ \frac{N}{m} \cdot \Delta x^2 - 2400\ N.\ \Delta x - 7.200\ N.m$$

Lo que me quedó es una ecuación cuadrática. Si la resuelvo tengo los valores de Δx que es lo que se comprime el resorte.
Para no tener que hacer tantas cuentas, divido toda la ecuación por 2400, la multiplico x 1 m y la divido por 1 N.
Haciendo todo esto me queda:

$$\underbrace{4}_{a} \cdot \Delta X^2 \underbrace{- 1\ m}_{b} \cdot \Delta x \underbrace{- 3 \cdot m^2}_{c} = 0$$

Entonces:

$$\Delta x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1\ m \pm \sqrt{(-1\ m)^2 - 4 \cdot 4\ (-3\ m^2)}}{2 \cdot 4}$$

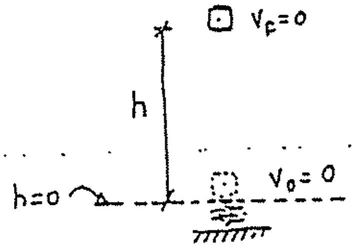
$$\Longrightarrow \begin{cases} \underline{\underline{\Delta X_1 = 1 m}} & \longleftarrow \text{COMPRESIÓN DEL RESORTE} \\ \Delta X_2 = \cancel{-0{,}75}\ m & \text{(No es solución física, no puede haber compresión negativa).} \end{cases}$$

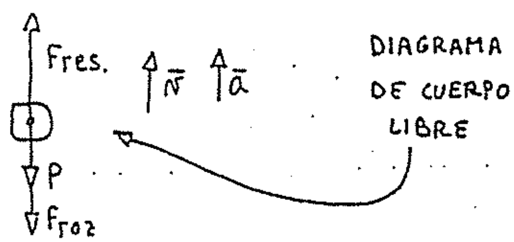
c)_ Piden ahora que calcule hasta que altura rebota el ascensor después de chocar con el resorte.

Claro, en el caso ideal que plantea el problema, el ascensor no se queda parado después de comprimir el resorte. Jústamente, el tipo se va a empezar a descomprimir y va a entrar a empujar al ascensor para arriba.

¿Llegará otra vez a los 3 m que es de donde se lo dejó caer?
ojo. $\boxed{\text{NO}}$. Hay roz., va a tener que llegar a una altura menor.

Veamos:





Planteo el teorema del L y la E. La única fuerza que actúa sobre el cuerpo que no es conservativa, qué raro, es el rozamiento. El trabajo que realiza vale $-f_{roz} \cdot h$. Por lo tanto:

$$-f_{roz} \cdot h = \underbrace{m g h_F}_{E_{P_F}} + \underbrace{0}_{E_{c_F}} + \underbrace{0}_{E_{E_F}} - [\underbrace{0}_{E_{P_0}} + \underbrace{0}_{E_{c_0}} + \underbrace{\tfrac{1}{2} K (1m)^2}_{E_{E_0}}]$$

¿Qué taché? Energías cinéticas no hay, porque tanto la velocidad inicial como la final son cero. Idem con la E_{P_0} y la E_{E_F}.

$$\Longrightarrow -1600 \text{ N} \cdot h = 400 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot h - 0{,}5 \cdot 19.200 \text{ N/m} \cdot (1 \text{ m})^2$$

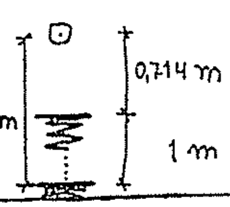
$$\Longrightarrow -1600 \text{ N} \cdot h = 4000 \text{ N} \cdot h - 9.600 \text{ N.m}$$

$$\Longrightarrow 5600 \text{ N} \cdot h = 9600 \text{ N.m}$$

$$\Longrightarrow h = 1{,}714 \text{ m}$$

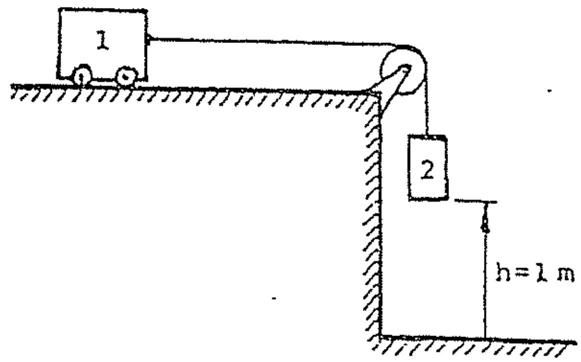
Ahora a esto le tengo que restar 1 m si quiero saber a que atura llega el ascensor contada desde la punta del resorte.

Conclusión:

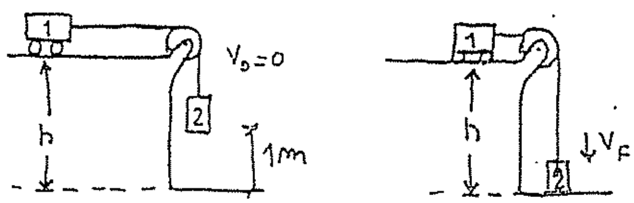


$\underline{h = 0{,}714 \text{ m}}$ ← ALTURA QUE ALCANZA DESPUÉS DEL REBOTE

26 - En el sistema esquematizado en la figura se puede despreciar la masa de la cuerda y de la polea, así como todos los rozamientos. El carrito 1 tiene una masa de 80 kg, y la del bloque 2 es 20 kg.
Por consideraciones energéticas, hallar con qué velocidad llegará al piso el bloque 2, si ambos parten del reposo.



Este problema esta puesto acá para que veas que los ejercicios de dinámica tambien se pueden resolver por trabaJo y energía.
No actúan fuerzas NO_conservativas por lo tanto tengo un problema caso 1: Planteo que $E_{M_F} = E_{M_0}$. Los estados inicial y final son:



← SITUACIONES INICIAL Y FINAL

$$E_{M_{0_1}} + E_{M_{0_2}} = E_{M_{F_1}} + E_{M_{F_2}}$$

Fijate que el cuerpo 1 tiene todo el tiempo la misma energía potencial (No sube ni baja). El asunto queda:

$$E_{C_{0_1}} + E_{C_{0_2}} + E_{P_{0_1}} + E_{P_{0_2}} = E_{C_{F_1}} + E_{C_{F_2}} + E_{P_{F_1}} + E_{P_{F_2}}$$

$$0 + 0 + \cancel{m_1 g h} + m_2 g \, 1m = \tfrac{1}{2} m_1 V_F^2 + \tfrac{1}{2} m_2 V_F^2 + \cancel{m_1 g h} + 0$$

$$\Rightarrow \; m_2 \, g \, 1m = \left(\tfrac{1}{2} m_1 + \tfrac{1}{2} m_2\right) V_F^2$$

Reemplazando por los valores que estan en el enunciado:

$$\Rightarrow 20\,Kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} \, 1m = \left(\tfrac{1}{2} 80\,Kg + \tfrac{1}{2} 20\,Kg\right) V_F^2$$

$$\Rightarrow 200 \, \cancel{Kg} \frac{m^2}{s^2} = 50 \, \cancel{Kg} \cdot V_F^2$$

$$\Rightarrow V_F^2 = \frac{200}{50} \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow \underline{V_F = 2 \frac{m}{s}}$$

← VELOCIDAD FINAL CUANDO EL CUERPO 2 TOCA EL PISO

Lo que tenés que entender acá es lo siguiente:

1) - Cuando el problema tiene $\boxed{\text{DOS}}$ cuerpos la energía mecánica en un momento determinado será la suma de las energías mecánicas para c/u de los cuerpos. Quiere decir que $E_{M\,TOTAL\,INICIAL} = E_{M\,INICIAL}$ para el 1 + $E_{M\,INICIAL}$ para el 2.

2) - Después del planteo por energía obtuve este resultado:

$$m_2 g \cdot 1m = \frac{1}{2} m_1 V_F^2 + \frac{1}{2} m_2 V_F^2$$

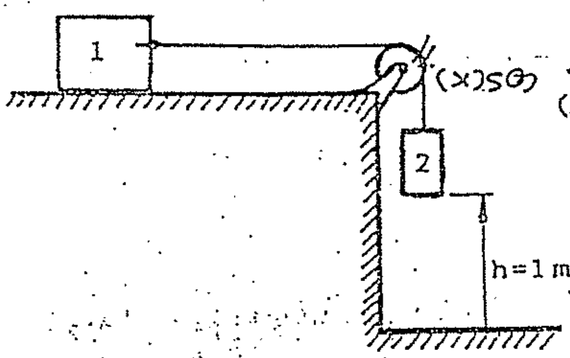
Este resultado es lógico. Me está diciendo que toda la energía potencial que tenía el 2 al principio se transforma en cinética que va a estar almacenada parte en el 1 y parte en el 2.

3) - La velocidad que tiene el cuerpo 1 es todo el tiempo igual a la que tiene el cuerpo 2. Esto pasa porque los tipos se mueven atados por la soga. Por eso la velocidad final que calculé ($2 \frac{m}{s}$) es tanto la que tiene el 1 como la que tiene el 2.

Esto es todo lo que tenés que saber.

---

27 - El sistema esquematizado en la figura parte del reposo; se puede despreciar la masa de la cuerda y de la polea, y el rozamiento en la misma, pero entre el bloque 1 y el plano el coeficiente dinámico es $\mu_d = 0{,}16$. La masa del bloque 1 es 80 kg, y la del bloque 2 es 20 kg. Por consideraciones energéticas, hallar con qué velocidad llegará al piso el bloque 2.



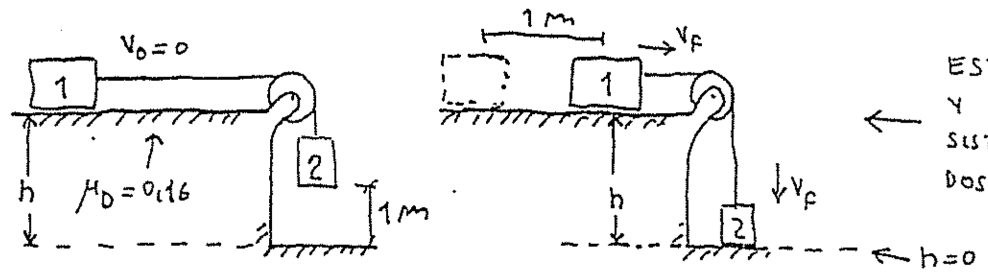
En este problema tengo rozamiento así que será un caso 2.
Planteo el teorema del trabajo y la energía mecánica.

$$L_{F\,NO\,CONS} = E_{M\,F} - E_{M_0}$$

Acá la energía mecánica final es la suma de la que tiene el 1 más la que tiene el 2 al final. Lo mismo pasa con la E_{Mec} inicial. Por otro lado la única fuerza no conservativa es el rozamiento. El asunto queda:

$$L_{F_{ROZ}} = E_{M_{F_1}} + E_{M_{F_2}} - \left(E_{M_{0_1}} + E_{M_{0_2}}\right)$$

Los estados inicial y final serán estos:



ESTADOS INICIAL Y FINAL PARA EL SISTEMA DE LOS DOS CUERPOS.

La ecuación $L_{F_{NO\ CONS}} = E_{M_f} - E_{M_0}$ queda:

$$-f_{roz}\cdot 1m = E_{c_{1f}} + E_{p_{1f}} + E_{c_{2f}} + E_{p_{2f}} - \left(E_{c_{10}} + E_{p_{10}} + E_{c_{20}} + E_{p_{20}}\right)$$

Esta cuenta es bastante choclaza pero en realidad hay varias cosas que se hacen cero. Por ejemplo, al principio los cuerpos están quietos, quiere decir que las energías cinéticas iniciales son cero.
Al llegar al piso la energía potencial del 2 también es cero.
Por otro lado la energía potencial del 1 vale todo el tiempo mgh porque el tipo no sube ni baja.
A la fuerza de rozamiento la calculo como $\mu_D \cdot N$. Como el plano es horizontal la normal es igual al peso.
El asunto queda:

$$-\mu_D \cdot \overbrace{m_1 g}^{N} \cdot 1m = \frac{1}{2} m_1 V_f^2 + \cancel{m_1 g h} + \frac{1}{2} m_2 V_f^2 + 0 - 0 - \cancel{m_1 g h} - 0 - m_2 g\, 1m$$

$$\Rightarrow\ -\mu_D\, m_1 g \cdot 1m = \left(\frac{1}{2} m_1 + \frac{1}{2} m_2\right) V_f^2 - m_2 g \cdot 1m$$

Fijate que los 2 cuerpos tienen la misma velocidad final porque van atados por la soga. Por eso puse V_f y no V_{f_1} y V_{f_2}.
Los valores del enunciado eran: $m_1 = 80\ Kg$, $m_2 = 20\ Kg$ y $\mu_D = 0{,}16$.
Reemplazando:

$$-0{,}16 \cdot 80\ Kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 1m = \left(\frac{1}{2} 80 Kg + \frac{1}{2} 20 Kg\right) V_f^2 - 20 Kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 1m$$

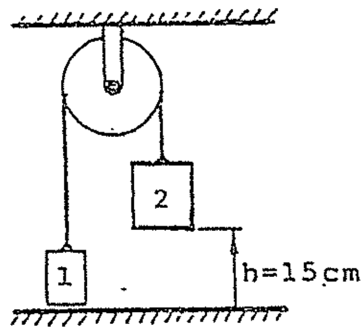
$$\Rightarrow\ -128\ Kg \frac{m^2}{s^2} = 50\ Kg \cdot V_f^2 - 200\ Kg \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow\ 50\ \cancel{Kg} \cdot V_f^2 = 72\ \cancel{Kg} \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow\ V_f^2 = \frac{72}{50} \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow\ V_f = 1{,}2 \frac{m}{s}$$ ← VELOCIDAD FINAL

28 - El sistema esquematizado en la figura parte del reposo; se puede despreciar la masa de la cuerda y la polea, y todos los rozamientos. La masa del bloque 1 es 22 kg, y la del bloque 2 es 28 kg.
Por consideraciones energéticas, hallar con qué velocidad llegará al piso el bloque 2.

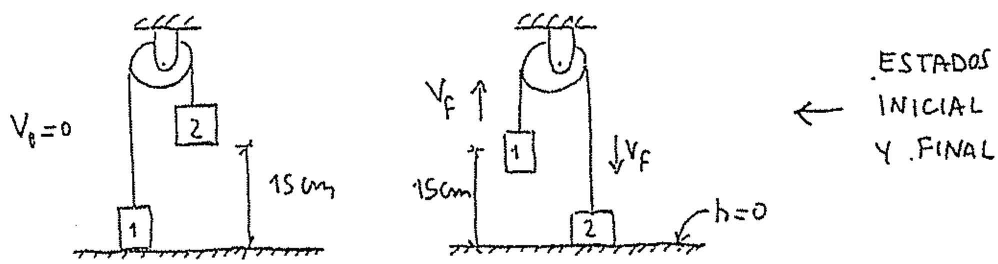


Es es un típico problema de dinámica. El objetivo es que veas que también se puede resolver por trabajo y energía.
Es un caso ① porque no hay rozamiento ni ninguna otra fuerza NO-conservativa. La energía mecánica se va a tener que conservar.
Esto es justamente lo que voy a plantear:
Entonces:

$$E_{M_f} = E_{M_0}$$

$$\Rightarrow E_{M_{1_f}} \; E_{M_{2_f}} = E_{M_{1_0}} + E_{M_{2_0}}$$

Los estados inicial y final serán respectivamente los siguientes:



La ecuación de conservación de la energía entre estos 2 estados queda así:

$$\underbrace{\tfrac{1}{2} m_1 V^2}_{Ec_{1_f}} + \underbrace{m_1\, g\, 0{,}15\, m}_{Ep_{1_f}} + \underbrace{\tfrac{1}{2} m_2 V^2}_{Ec_{2_f}} + \underbrace{0}_{Ep_{2_f}} = \underbrace{0}_{Ec_{1_0}} + \underbrace{0}_{Ep_{1_0}} + \underbrace{0}_{Ec_{2_0}} + \underbrace{m_2\, g \cdot 0{,}15\, m}_{Ep_{2_0}}$$

$$\Rightarrow V^2 \left(\tfrac{1}{2} m_1 + \tfrac{1}{2} m_2 \right) + m_1 g\, 0{,}15\, m = m_2\, g\, 0{,}15\, m$$

Los valores del enunciado son $m_1 = 22$ Kg, $m_2 = 28$ Kg. Reemplazando:

$$V^2 \left(\tfrac{1}{2}\, 22\, Kg + \tfrac{1}{2}\, 28\, Kg \right) + 22\, Kg\; 10\, \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}15\, m = 28\, Kg \cdot 10\, \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}15\, m$$

Las cuentas me dan:

$$V^2 \cdot 25\ Kg + 33\ Kg\ \frac{m}{s^2} = 42\ Kg\ \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow V^2\ 25\ \cancel{Kg} = 9\ \cancel{Kg}\ \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow V^2 = 0{,}36\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow \underline{V = 0{,}6\ \frac{m}{s}} \quad \leftarrow \text{VELOCIDAD QUE TIENE EL ② AL LLEGAR AL SUELO.}$$

Como los 2 cuerpos están atados por la soga y se mueven juntos, esta velocidad será también la velocidad que tiene el ①.

---

29 - Diego y Laura, que tienen 35 kg y 25 kg respectivamente, están sentados en los extremos de un sube y baja de 3,2 m de longitud y masa despreciable, cuyo eje está a 60 cm del piso. Inicialmente ambos niños están en reposo, con Laura en la posición inferior. Determinar:

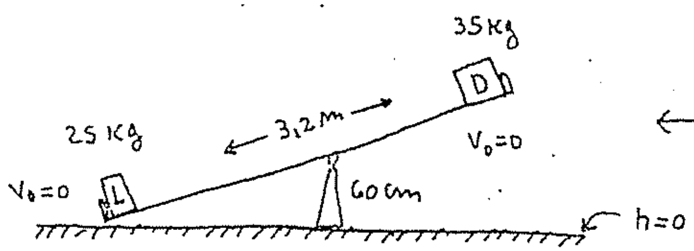
a - La energía mecánica inicial del sistema formado por la barra y los dos niños.

b - El módulo de la velocidad con que Diego llegará al punto más bajo, despreciando rozamientos, y suponiendo que no se impulsan con los pies.

c - La fuerza horizontal que deben hacer para no caerse, cuando la barra pasa por la posición horizontal (hacer un esquema).

d - Comparar sus aceleraciones, en la posición anterior.

Hago un dibujito del asunto:



← ESQUEMA DEL SUBIBAJA CON L y D.

En el instante inicial el sistema NO está en equilibrio. D es más pesado que L. (Se supone que L está agarrada al piso).

a) ENERGÍA MECÁNICA DEL SISTEMA.

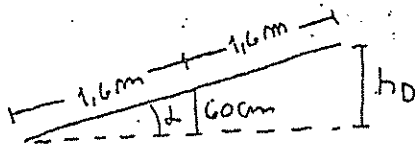
Mientras el subibaja está así quieto la energía mecánica va a ser:

$$E_{M_0} = \cancel{E_{c_L}}^{0} + \cancel{E_{P_L}}^{0} + \cancel{E_{c_D}}^{0} + E_{P_D}$$

Taché las energías cinéticas porque las velocidades de L y D son cero. También taché la energía potencial de L porque L está en el suelo. Me queda entonces:

$$E_{M_0} = m_D\, g\, h_D$$

Tengo que calcular la altura h_D. Eso lo hago por trigonometría:



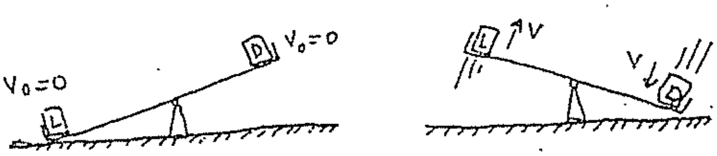
$$sen\,\alpha = \frac{0{,}6\,m}{1{,}6\,m} = 0{,}375 \Rightarrow \alpha = 22°$$

$$h_D = 3{,}2m\ sen\,22° \Rightarrow h_D = 1{,}2\,m$$

$$\Rightarrow E_{M_0} = 35\,Kg \cdot 10\,\frac{m}{s} \cdot 1{,}2\,m$$

$$\Rightarrow \underline{E_{M_0} = 420\ Joule}$$ ⟵ ENERGÍA MECÁNICA INICIAL DEL SISTEMA.

b) ¿CON QUÉ VELOCIDAD LLEGA <u>D</u> AL SUELO?
Planteo conservación de la energía entre el estado inicial y el estado final. (Estado inicial arriba, estado final abajo).



⟵ SITUACIONES INICIAL Y FINAL

Entonces:

$$E_{M_F} = E_{M_0}$$

$$\Rightarrow E_{C_{F_D}} + \cancel{E_{P_{F_D}}}^{0} + E_{C_{F_L}} + E_{P_{F_L}} = \overbrace{420\ Joule}^{E_{M_0}}$$

Taché la energía potencial final de D porque su altura es cero (está en el suelo).

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_D V_D^2 + \frac{1}{2} m_L V_L^2 + m_L g\, h_L = 420\,J$$

La velocidad de D es igual a la velocidad de L porque los brazos del subibaja miden lo mismo. Saco entonces a <u>V</u> factor común:

$$V_F^2 \left(\frac{1}{2} m_D + \frac{1}{2} m_L\right) = 420J - m_L g\, h_L$$

Los datos eran $m_L = 25\,Kg$, $m_D = 35\,Kg$. La altura de L al suelo cuando está arriba es la misma que la que calculé antes para D porque los brazos del subibaja miden lo mismo.

$$V_F^2 \left(\frac{1}{2} 35Kg + \frac{1}{2} 25\,Kg\right) = 420\,J - 25\,Kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}2\,m$$

Haciendo cuentas:

$$V_F^2 \cdot (30\,\cancel{Kg}) = 120\,\cancel{Kg}\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow V_F^2 = 4\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow \underline{V_F = 2\,\frac{m}{s}}$$

← VELOCIDAD CON LA QUE $\underline{D}$ LLEGA AL PISO.

Las preguntas c) y d) piden calcular las aceleraciones y las fuerzas que actúan sobre L y D en el momento cuando el coso pasa por la posición horizontal. Estas preguntitas son un poquito difíciles.

¿No te enojás si lo dejamos acá?

(Disculpame, eh?)

FIN DE LOS PROBLEMAS
DE TRABAJO Y ENERGÍA.

ASIMOV

CH01-16M.A

1 - CHOQUE

EDICIÓN PIRATA

Problemas 1 al 8

RESUMEN DE LA TEORÍA

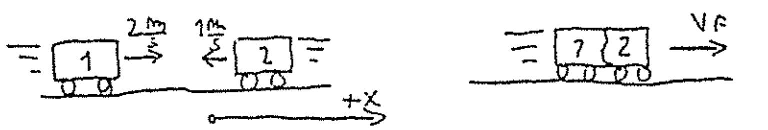
Hay 2 tipos de choque: plástico y elástico. En el choque plástico se conserva sólo la cantidad de movimiento. En el choque elástico se conservan la cantidad de movimiento y la energía mecánica. Quiere decir que para cualquier choque, sea elástico o plástico, puedo decir que:

CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL ANTES DEL CHOQUE = CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL DESPUÉS DEL CHOQUE

Esto se pone en forma física con la siguiente ecuación:

$$\boxed{P_f = P_0} \longleftarrow$$ VALE PARA TODO TIPO DE CHOQUE.

OJO. Cuando digo cantidad de movimiento $\boxed{\text{total}}$ me estoy refiriendo a la suma de las cantidades de movimiento del cuerpo 1 y del cuerpo 2.



ANTES DEL CHOQUE DESPUÉS DEL CHOQUE

Para el dibujito de la figura sería:

$$m_1 . 2\frac{m}{s} + m_2 \left(\overset{\text{ver}}{-}1\frac{m}{s}\right) = (m_1 + m_2) . V_f \longleftarrow$$ PLANTEO DE LA ECUACIÓN $P_0 = P_f$

ATENCIÓN: Todo choque es $\boxed{\text{PLÁSTICO}}$ salvo cuando el problema diga que el choque es perfectamente elástico o cuando aclare que no se pierde energía en él. Las fórmulas que se usan p/ resolver los problemas son:

$P = m . V \longleftarrow$ CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$J = F . \Delta t \longleftarrow$ IMPULSO DE UNA FUERZA

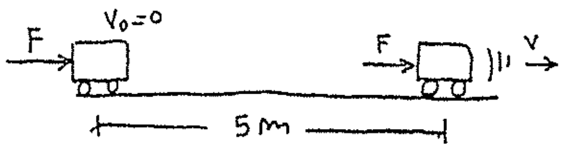
$J = m V_f - m V_0 \longleftarrow$ RELACIÓN ENTRE J y P

CHOQUE - PROBLEMAS DE APLICACION

NOTA: Adoptar $|g| \approx 10\ m/s^2$; 1 kgf $\approx$ 10 N ; sen 37° $\approx$ 0,6 ; cos 37° $\approx$ 0,8 , cuando sea necesario.

1 - Determinar el impulso que produjo una fuerza horizontal constante, tal que aplicada a un objeto de 6 kg que estaba en reposo sobre un plano horizontal sin rozamiento le hizo recorrer 5 m en 2 s.

Tengo esto:



← ESQUEMA

Es decir, una cañita voladora se prende de golpe y hace que el tipo de masa 6 Kg recorra una distancia de 5 m en 2 seg.
El impulso que ejerce una fuerza F que actúa un tiempo Δt vale:

$$J = F . \Delta t \quad \leftarrow \text{IMPULSO DE UNA FUERZA}$$

El Δt lo tengo. Son 2 seg. Tengo que calcular F. Bueno, pero $F = m.a$. m lo tengo. Son 6 Kg. Tengo que calcular a.
Cuando actúa la Fuerza F el cuerpo se mueve con aceleración cte y su movimiento será uniformemente variado. Vuelvo a cinemática.
La 1ra ecuación horaria es.

$$X = X_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Si pongo el sistema de referencia en el lugar donde sale el tipo, la posición inicial X_0 es cero. La velocidad inicial también es cero.
Entonces:

$$X = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Rightarrow 5 m = \frac{1}{2} a (2 s)^2$$

$$\Rightarrow a = 2,5 \frac{m}{s^2} \quad \leftarrow \text{ACELERACIÓN QUE TUVO}$$

La Fuerza que lo empujó será:

$$F = m . a = 6 Kg . 2,5 \frac{m}{s^2} = 15 N$$

El impulso va a valer: $J = F . \Delta t = 15 N . 2 s$

$$\Rightarrow \underline{J = 30 N.S} \quad \leftarrow \text{IMPULSO QUE SE LE APLICÓ}$$

2 - Carlitos y su bicicleta tienen una masa total de 50 kg. Determinar el vector impulso que actúa en los siguientes casos:

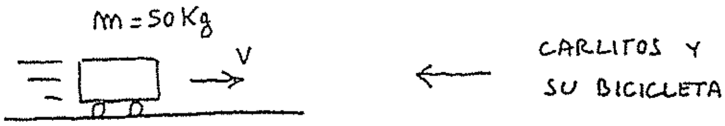
a - Avanza 10 m en línea recta con velocidad constante de 8 m/s.

b - Aumenta su velocidad desde 8 m/s hasta 10 m/s, en un camino rectilineo

c - Dobla en la esquina, y sigue por una calle perpendicular a la anterior, siempre a 10 m/s.

d - Frena, recorriendo 18 m hasta detenerse en la heladería.

Hago un esquema:



a)- Piden que calcule el impulso que actúa si la velocidad se mantiene constante. Bueno, pero si la velocidad se mantiene constante quiere decir que no hay Fuerza aplicada sobre él. Es decir, si $V = cte$ ($\Rightarrow a = 0$) quiere decir que $F = 0$. Si no hay Fuerza aplicada, el impulso aplicado será CERO ($J = F \cdot \Delta t$).

$$F = 0 \Rightarrow \underline{J_{a)} = 0}$$

b)- SU VELOCIDAD PASA DE $8 \frac{m}{s}$ a $10 \frac{m}{s}$.

Hay otra manera de calcular el impulso ejercido por una Fuerza. Esta manera es:

$$J = m V_f - m V_0$$

Esto se lee así: El impulso aplicado por F es la diferencia entre la cantidad de movimiento final y la cantidad de movimiento inicial.

Tonces:

$$J = 50\ Kg \cdot 10 \frac{m}{s} - 50\ Kg \cdot 8 \frac{m}{s}$$

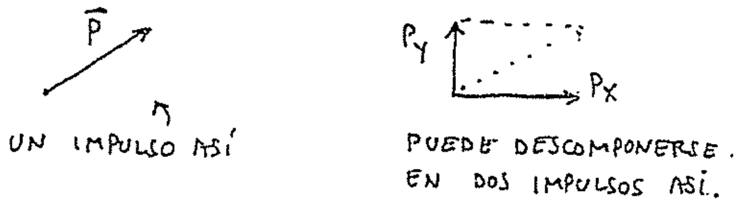
$$J = 500\ Kg \frac{m}{s} - 400\ Kg \frac{m}{s}$$

$$\underline{J_{b)} = 100\ Kg \frac{m}{s}}$$

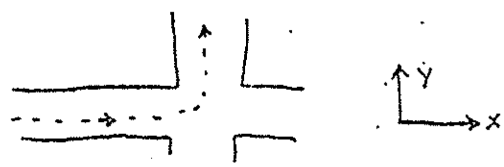
NOTA: Fijate que las unidades $Kg \cdot \frac{m}{s}$ se pueden poner también como Newton x segundo (porque $1 N = 1 Kg \cdot \frac{m}{s^2}$).
Lo que quiero decir es que al resultado $J = 100\ Kg \frac{m}{s}$ lo puedo poner también como 100 N.s.

c)_ DOBLA EN LA ESQUINA PERO SIEMPRE CON VELOCIDAD CONSTANTE = 10 $\frac{m}{s}$.

Bueno. Esto es un poquito difícil de explicar. Resulta que el impulso y la cantidad de movimiento son vectores.
Eso quiere decir que el impulso y la cantidad de movimiento pueden tener componentes en la dirección x y en la dirección y.
Por ejemplo:



Entonces, si el tipo dobla en la esquina tengo esto:



Inicialmente la velocidad del tipo es de 10 $\frac{m}{s}$ así $\xrightarrow{V}$. Al final su velocidad es de 10 $\frac{m}{s}$ pero así: $\uparrow V$.
Analizo lo que pasa en cada eje $\boxed{\text{POR SEPARADO}}$

EN EL EJE X:

$V_{o_x} = 10 \frac{m}{s}$. $V_{F_x} = 0$ (V_F no tiene componente en dirección x).

Entonces:

$$J_x = m\,V_{F_x} - m\,V_{o_x} = m \cdot 0 - 50\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow J_x = -500\ N.s$$

EN EL EJE Y:

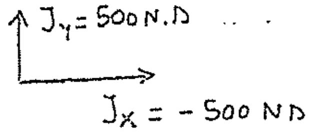
$V_{o_y} = 0$ (V_o No tiene componente en la dirección y). $V_{F_Y} = 10 \frac{m}{s}$

$$J_Y = m\,V_{F_Y} - m\,V_{o_y} = 50\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s} - m \cdot 0$$

$$\Rightarrow J_Y = 500\ N.s.$$

Por lo tanto la respuesta a la pregunta c) es: El impulso aplicado vale -500 N.s en la dirección x y 500 N.s en la dirección y.

quiero aclararte una cosa. Llegamos a la conclusión de que:



Ellos inventaron una manera de escribir esto que es la siguiente:
En vez de decir que el impulso en la dirección X vale -500 N.S y el impulso en la dirección Y vale 500 N.S, dicen lo siguiente:

$$\bar{J} = -500\ N.S\ i + 500\ N.S\ j$$

En esta expresión la letra i reemplaza a la frase: "En el eje x". De la misma manera, la letra j reemplaza a la frase: "En el eje Y". El signo + no tiene significado alguno y se pone para separar. (Podría haber una coma en vez de un +, por ejemplo).
No me preguntes por qué esto es así. Ahora tenés el parcial y no hay tiempo para explicaciones complicadas. Es así y se acabó. Y vas a entender esto mejor si seguís estudiando física más adelante.
Lo único que tenés que entender ahora es que la expresión:

$$\bar{J} = -500\ N.S\ i + 500\ N.S\ j$$

Se lee: el vector Jota es -500 N.S en el eje X y 500 N.S en el eje Y.
Esta manera de poner las cosas es equivalente a decir que J_X vale -500 N.S y J_Y vale 500 N.S.
Es lo mismo.

d)_ RECORRE 18 m Y SE FRENA.

Bueno. Si considero que este punto es continuación del anterior, veo que inicialmente la velocidad del tipo es de $10 \frac{m}{s}$ así: ↑ y la V_F es cero.
El impulso aplicado en la dirección Y vale:

$$J_Y = m\, V_{FY} - m\, V_{0Y}$$

$$\Rightarrow J_Y = 50\,Kg \cdot 0 - 50\,Kg \cdot 10\, \frac{m}{s}$$

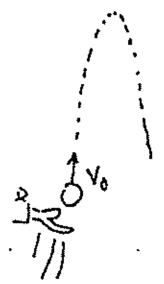
$$\Rightarrow J_Y = -500\ N.S.$$

(Usando la notación que puse antes me quedaría: $\bar{J} = 0\, i - 500\ N.S\ j$)

3 - Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota de 0,4 kg, con una velocidad cuyo módulo es 5 m/s. Determinar:

a - La cantidad de movimiento inicial de la pelota.
b - Su cantidad de movimiento en el punto más alto que alcanza.
c - El impulso que actuó en el ascenso, y el tiempo de ascenso.
d - El impulso recibido por la pelota en su viaje de ida y vuelta.
e - En qué se modificarían los resultados anteriores, si se arrojara una pelota de masa doble.

Lo que tengo es esto:



EL TIPO TIRA LA PELOTA DE MASA 0,4 Kg CON VELOCIDAD INICIAL 5 $\frac{m}{s}$.

(Se supone que en realidad es un tiro vertical, no un tiro oblicuo).

a) La cantidad de mov. inicial que tiene la pelota es su masa por su velocidad.

Entonces:

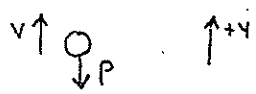
$$P_0 = m\,V_0 = 0{,}4\,\text{Kg} \cdot 5\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{P_0 = 2\ N.S}$$

b)_ La cantidad de movimiento en el punto más alto tiene que ser cero porque ahí arriba la velocidad es cero

$$\Rightarrow \underline{P_{(h=h_{max})} = 0}$$

c)_ Para calcular el impulso ejercido sobre el coso en la subida, considero que la única fuerza que actúa sobre él es su peso.



Entonces, el impulso ejercido por la fuerza peso lo calculo como la variación de la cantidad de movimiento:

$$J_{(P)} = m\,V_F - m\,V_0$$

Cuando sale su V_0 es de 5 $\frac{m}{s}$ y cuando llega a la altura máxima es cero:

$$\Rightarrow J_{(P)} = 0{,}4\,\text{Kg} \cdot 0 - 0{,}4\,\text{Kg} \cdot 5\,\frac{m}{s}$$

Este impulso ejercido lo puedo calcular también como la Fuerza que actuó por el tiempo que actuó:

$$J = -2N.s = -P.\Delta t$$

Pongo $-P$ porque la Fuerza Peso apunta al revés del eje y.

$$\Rightarrow -2N.s = -4N.\Delta t$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta t = 0{,}5\,s} \longleftarrow \text{TIEMPO QUE DURÓ LA SUBIDA}$$

Esta pregunta la pusieron para que veas que impulso y cantidad de movimiento se puede usar para resolver problemas de cinemática. (En este caso, calcular el tiempo que tarda una cosa en llegar a la altura máxima).

d) - IMPULSO RECIBIDO POR LA PELOTA ENTRE LA IDA Y LA VUELTA.

Como siempre. Aplico la fórmula que dice que el impulso aplicado es igual a la variación de la cantidad de movimiento:

$$J = mV_F - mV_0$$

Ahora, si una cosa sale con velocidad $5\,\frac{m}{s}$ así ↑, va a caer al suelo con la misma velocidad pero así: ↓.

Por lo tanto, $V_0 = 5\,\frac{m}{s}$ y $V_F = -5\,\frac{m}{s}$.

Entonces:

$$J = 0{,}4\,kg\left(-5\,\frac{m}{s}\right) - 0{,}4\,kg \cdot 5\,\frac{m}{s}$$

$$J = -2N.s - 2N.s$$

$$\Rightarrow \underline{J = -4\,N.s} \longleftarrow$$ IMPULSO QUE ACTÚA DURANTE LA SUBIDA Y LA BAJADA.

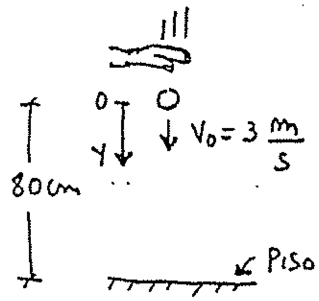
e) ¿EN QUÉ SE MODIFICARÍAN LOS RESULTADOS ANTERIORES SI LA MASA SE DUPLICA?

Bueno. Veamos que dicen las fórmulas. El impulso es la Fuerza por el tiempo, así que si la masa se duplica, el peso del tipo se duplica. Como en este caso la Fuerza que actúa es el peso, el impulso se va a duplicar.

Con la cantidad de movimiento pasa lo mismo. P es m.V. Si $\underline{m}$ se duplica, entonces $\underline{P}$ se duplica.

4 - La tenista Pepita Revés hace picar una pelota de tenis de 60 g, arrojándola verticalmente hacia el piso con una velocidad de 3 m/s desde 80 cm de altura, la que se detiene a la misma altura después del rebote. Determinar el impulso recibido por la pelota en el choque contra el piso. ¿Se conserva la cantidad de movimiento de la pelota en el choque? ¿Y la del sistema formado por el piso y la pelota? ¿Se conserva la energía mecánica de la pelota en su viaje de ida y vuelta? Si no se conserva, ¿qué ocurrió con la misma?

La tipa tira la pelota para abajo de esta manera:



← ESQUEMA

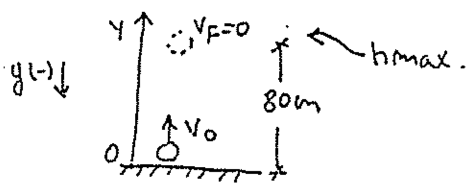
Me fijo que velocidad tiene la pelota un instante $\boxed{\text{antes}}$ de chocar contra el piso. Vuelvo a cinemática. Planteo la ec. complementaria:

$$V_f^2 - V_0^2 = 2\,a\,\Delta Y$$

$$\Rightarrow V_f^2 - \left(3\,\frac{m}{s}\right)^2 = 2 \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}8\,m$$

$$\Rightarrow V_f = 5\,\frac{m}{s}$$ ← VELOCIDAD DE LA PELOTA AL CHOCAR CONTRA EL PISO.

Ahora, dicen que después de rebotar la pelota vuelve hasta la misma altura. Eso quiere decir que la velocidad después del choque es:



$$V_f^2 - V_0^2 = 2\,g\,\Delta Y$$

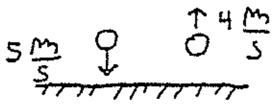
La velocidad final es cero porque la pelota llega a la altura máxima:

$$\Rightarrow 0 - V_0^2 = 2\left(-10\,\frac{m}{s^2}\right) \cdot 0{,}8\,m$$

$$\Rightarrow V_0 = 4\,\frac{m}{s}$$ ← VELOCIDAD DESPUÉS DEL REBÓTE

Resumo estas situaciones con este dibujo:

ANTES DEL CHOQUE →



← DESPUÉS DEL CHOQUE

El piso ejerció un impulso sobre la pelota que hizo cambiar el sentido de la velocidad. Este impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento. Es decir:

$$J = m\,V_f - m\,V_0$$

Si elijo sentido positivo para la velocidad así ↓ me queda:

$$J = m\left(-4\,\frac{m}{s}\right) - m \cdot 5\,\frac{m}{s}$$

Ver

La masa de la pelota es 60 g (= 0,06 Kg). La cuenta da:

$$\underline{J = -0{,}54\ N.s} \quad \longleftarrow \text{IMPULSO EJERCIDO POR EL PISO.}$$

Preguntan ahora si se conserva la cantidad de movimiento de la pelota durante el choque. Atención. Me están preguntando lo que le pasa únicamente A LA PELOTA. La cantidad de movimiento DE LA PELOTA NO se conserva. Hay una variación que vale justamente −0,54 N.s. Esta variación fué provocada por la fuerza que el piso ejerció a la pelota durante el choque.

¿Qué pasa ahora con la cantidad de movimiento del sistema Tierra-Pelota? (Ese es el asunto). Bueno, resulta que no hay UN SOLO CUERPO QUE CHOCA. HAY 2 CUERPOS QUE CHOCAN. Uno de los cuerpos es la pelota y el otro es el planeta Tierra. (Si, exacto. El planeta Tierra).

En el sistema Pelota-Tierra la cantidad de movimiento SI se va a conservar. Esto pasa porque durante el choque la pelota ejerce una fuerza sobre la Tierra que es igual a la que la Tierra ejerció sobre la pelota. Estas 2 fuerzas son iguales y duran el mismo Δt. Por lo tanto los impulsos que ejercen son iguales. Al ser los impulsos iguales, las variaciones de la cantidad de movimiento que van a provocar van a ser iguales. (Iguales en módulo, quiero decir. El signo va a ser opuesto porque justamente su suma tiene que dar cero).

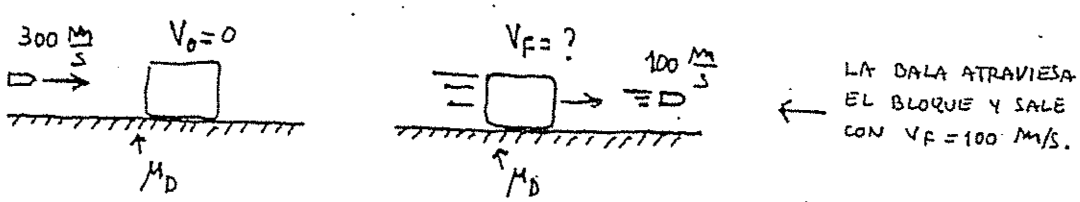
CONCLUSIÓN: La cant. de mov. se conserva en el sistema Tierra-Pelota.

Bueno, ¿y qué pasa con la energía mecánica? ¿Se conserva o no se conserva?
La respuesta es NO. (no, qué?). No se conserva. Para que la energía mecánica se conserve en un choque, éste tiene que ser perfectamente ELÁSTICO.
Este choque no es perfectamente elástico porque la pelota después de rebotar no vuelve a salir con una velocidad de 5 $\frac{m}{s}$.
La cosa venía inicialmente con $V_0 = 5 \frac{m}{s}$. Chocó y sale con velocidad final 4 $\frac{m}{s}$. Esa diferencia en las velocidades indica que parte de la energía se perdió.
¿Adonde se fué esa energía?
No se fué a ningún lado. Se transformó en calor.

---

5 - Una bala de fusil de 40 g que se mueve a 300 m/s choca contra un bloque de madera de 2 kg que descansa en reposo sobre una superficie horizontal. El proyectil atraviesa el bloque, y sale del mismo con una velocidad de 100 m/s. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el piso es $\mu_d = 0,2$, hallar a qué distancia de su posición inicial se detendrá.

Lo que pasa es lo siguiente:



Cuando la bala choca con el bloque, la cantidad de movimiento del sistema bala-bloque se conserva. Eso quiere decir que la cantidad de movimiento antes del choque tiene que ser igual a la cantidad de movimiento después del choque.
Planteo entonces que $P_{Final} = P_{Inicial}$:

$$P_{F_{Blo}} + P_{F_{Bala}} = P_{0_{Blo}} + P_{0_{Bala}}$$

$$\Rightarrow M_{Blo} V_{F_{Blo}} + m_{Ba} V_{F_{Ba}} = \cancel{M_{Blo} \underbrace{V_{0_{Blo}}}_{0}} + m_{Ba} V_{0_{Ba}}$$

Taché $M_{Blo} \cdot V_{0_{Blo}}$ porque inicialmente el caso de madera esta quieto.
Voy a tomar mi eje de referencia positivo para allá →. Quiere decir que todas las velocidades son positivas porque van todas para allá →.

Reemplazando por los valores del enunciado me queda:

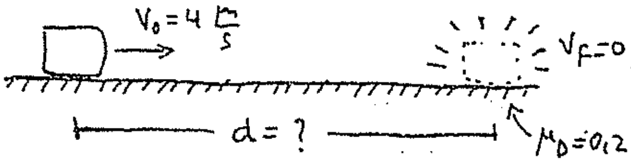
$$2\,Kg \cdot V_{F_{Blo}} + 0{,}04\,Kg \cdot 100\,\frac{m}{s} = 0{,}04\,Kg \cdot 300\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow 2\,Kg \cdot V_{F_{Blo}} + 4\,Kg\,\frac{m}{s} = 12\,Kg\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow 2\,\cancel{Kg}\,V_{F_{Blo}} = 8\,\cancel{Kg}\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow V_{F_{Blo}} = 4\,\frac{m}{s} \longleftarrow$$ VELOCIDAD DEL BLOQUE DESPUÉS DEL CHOQUE.

El choque ya terminó y el bloque sale con $V = 4\,\frac{m}{s}$. Ahora tengo un nuevo problema que vendría a ser el siguiente:



El enunciado podría ser algo así: SE ARROJA UN BLOQUE DE MASA $M = 2\,Kg$ CON VELOCIDAD INICIAL $V_0 = 4\,\frac{m}{s}$ SOBRE UN PLANO HORIZONTAL DE COEF. DE ROZAMIENTO $\mu_D = 0{,}2$. CALCULAR QUE DISTANCIA RECORRE HASTA FRENARSE.

¿Cómo resuelvo este problema?. Bueno, puedo calcular la aceleración por dinámica y calcular la distancia recorrida por cinemática. Pero creo que va a ser más corto si lo hago por trabajo y energía. Veamos.

Es un problema caso ② porque actúa el rozamiento que es una fuerza no conservativa. Planteo entonces el teorema del trabajo y la Energía mecánica:

$$L_{F_{No\ cons}} = E_{M_F} - E_{M_0}$$

$$\Rightarrow L_{F_{roz}} = \cancel{E_{c_F}} + \cancel{E_{p_F}} + \cancel{E_{E_F}} - \left(E_{c_0} + \cancel{E_{p_0}} + \cancel{E_{E_0}}\right)$$

Todas las energías son cero salvo la energía cinética inicial. Me queda:

$$-F_{roz} \cdot d = -\frac{1}{2} m V_0^2$$

$$\cancel{-}\,\mu_D \underbrace{\cancel{m}\,g}_{N} \cdot d = \cancel{-}\,\frac{1}{2}\cancel{m}\,V_0^2$$

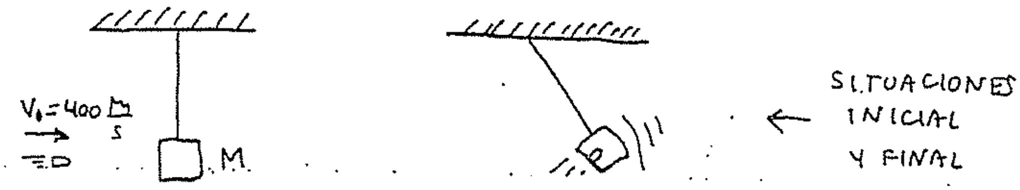
$$0{,}2 \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot d = \frac{1}{2}\left(4\,\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Rightarrow \underline{d = 4\,m} \longleftarrow$$ DISTANCIA QUE RECORRE HASTA FRENARSE

6 - Un proyectil de 10 g que se mueve horizontalmente a 400 m/s se incrusta en una caja de 5 kg que se halla en reposo, suspendida de un hilo largo de masa despreciable. Determinar con qué velocidad se moverá la caja con el proyectil dentro, luego del choque. Hallar también hasta qué altura máxima se elevará el conjunto.

Este problema es importante. Tenés que saberlo bien-bien porque muchas veces toman cosas parecidas.

El dibujo correspondiente a lo que plantea el enunciado es el siguiente:



ANTES DEL CHOQUE

DESPUÉS DEL CHOQUE

Es decir, al principio la bala viene con $V_0 = 400\ \frac{m}{s}$. Choca con el bloque y queda incrustada. Después del choque el conjunto bala-Bloque se mueve con una determinada velocidad final. Esa velocidad es la que hay que calcular.

El choque es plástico porque los cuerpos quedan pegados. La cantidad de movimiento del sistema bala-Bloque se tiene que conservar. Planteo entonces que la cantidad de movimiento final tiene que ser igual a la cantidad de movimiento inicial.

Entonces:

$$P_{f\,(Bala+bloque)} = P_{0\,(Bala)} + P_{0\,(Bloque)}$$

$$(M_{Blo} + m_{Ba})V_f = m_{Ba}\,V_{0\,Ba} + M_{Blo}\cancel{V_{0\,Blo}}^{\,0}$$

Fijate que los cuerpos quedan pegados después del choque. Por eso puse $(M_{blo} + m_{ba})\,V_f$.

Taché el término $M_{Blo} \cdot V_{0\,Blo}$ porque inicialmente el bloque esta quieto.

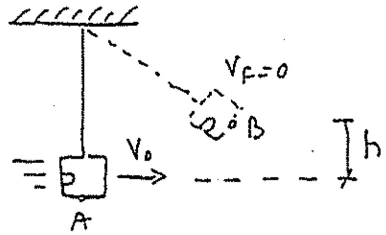
Reemplazando por los datos:

$$V_f \cdot (5\,Kg + 0{,}01\,Kg) = 0{,}01\,Kg \cdot 400\ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow V_f \cdot 5{,}01\,\cancel{Kg} = 4\,\cancel{Kg} \cdot \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{V_f = 0{,}798\ \frac{m}{s}}$$ ← VELOCIDAD FINAL DEL CONJUNTO BALA + BLOQUE

Ahora para calcular a que altura llega la bala junto con el bloque hago un planteo por energía.



← SITUACIONES INICIAL Y FINAL.

Tomo el nivel de referencia para la energía potencial en la parte más baja. Es un caso ① porque no actúan fuerzas NO-conservativas. Entonces:

$$E_{M_B} = E_{M_A}$$

$$\Rightarrow E_{C_B} + E_{P_B} + E_{E_B} = E_{C_A} + E_{P_A} + E_{E_A}$$

Inicialmente sólo tengo energía cinética y al final solo tengo energía potencial. La cosa queda:

$$g\,\cancel{(m_{Ba} + M_{Blo})}\,.\,h = \frac{1}{2}\cancel{(m_{Ba} + M_{Blo})}\,V_0^2$$

$$10\,\frac{m}{s^2}\,.\,h = \frac{1}{2}\left(0{,}798\,\frac{m}{s}\right)^2$$

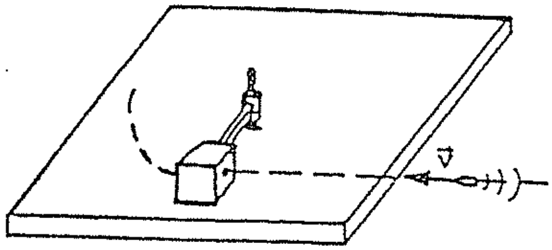
$$\Rightarrow h = 0{,}0318\ m$$

$$\Rightarrow \underline{h = 3{,}18\ cm}$$ ← ALTURA A LA QUE SE ELEVA EL CONJUNTO.

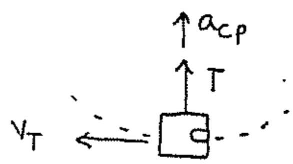
La importancia de este problema radica en que la situación es totalmente real. Quiero decir que vos podés medir la velocidad de una cosa haciendola chocar con otra cosa que cuelga de un hilo y viendo a que altura se eleva el conjunto.
Justamente este método es el que se usaba antes para medir la velocidad de una bala.
Ahora ya no lo usan más porque los tipos inventaron todo tipo de aparatos más complicados que permiten medir el asunto con más exáctitud.

Apartе del verso que hice recién, sabete bien este problema.

7 - Un bala de 20 g choca y se incrusta contra un bloque de 180 g que está sujeto al extremo de una barra de masa despreciable, de 20 cm de longitud, que puede girar libremente en un plano horizontal.
Despreciando rozamientos, y sabiendo que la barra resiste una fuerza máxima de 400 N sin romperse, determinar la máxima velocidad con que puede llegar a chocar la bala.



Este problema combina choque con movimiento circular. Aparte de esto hay que empezar de atrás para adelante porque me dan como dato la tensión en la barra.
El diagrama de cuerpo libre para el bloque es este:



← DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE VISTO DE ARRIBA

Fijate que estoy suponiendo que la bala quedó incrustada en el bloque y que los 2 están girando juntos. (Significa que $m = 180\ g + 20\ g$).
Planteo la ecuación de Newton para el movimiento circular:

$$\sum F_{\substack{\text{EN DIR.}\\ \text{RADIAL}}} = m \cdot a_{cp}$$

$$\Rightarrow T = m \frac{V_T^2}{R}$$

La barra mide 20 cm. Ese es el radio de la trayectoria. Voy a tener la máxima velocidad tangencial posible cuando la tensión sea la máxima posible. Entonces:

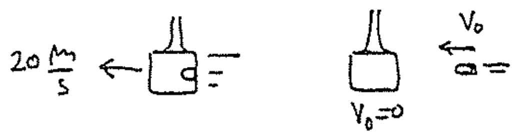
$$400\ N = 0{,}2\ Kg \cdot \frac{V_{T_{max}}^2}{0{,}2\ m}$$

$$\Rightarrow 400\ \cancel{Kg} \frac{m}{s^2} = 1 \frac{\cancel{Kg}}{\cancel{m}} V_{T_{max}}^2$$

$$\Rightarrow V_{T_{max}} = 20 \frac{m}{s} \longleftarrow \text{MÁXIMA VELOCIDAD TANGENCIAL POSIBLE.}$$

Voy ahora al planteo del choque.

La bala tiene que chocar contra el bloque de manera que el conjunto adquiera una velocidad de 20 $\frac{m}{s}$.
La cantidad de movimiento se conserva durante el choque. Planteo entonces que $P_0 = P_F$.



SITUACIÓN INICIAL Y SITUACIÓN FINAL

$$m_{ba}\, V_{o_{ba}} = (m_{ba} + m_{blo}) . 20 \frac{m}{s}$$

$$0{,}02 \cancel{Kg} . V_{o_{ba}} = 0{,}2 \cancel{Kg} . 20 \frac{m}{s}$$

$$0{,}02\ V_{o_{ba}} = 4 \frac{m}{s}$$

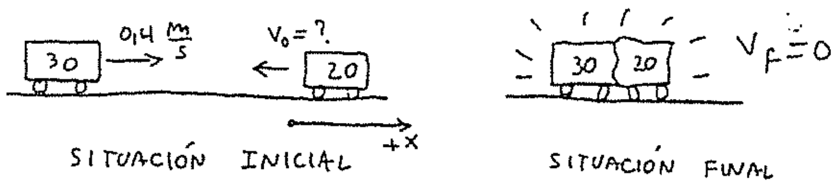
$$\Rightarrow \underline{V_{o_{bala_{max}}} = 200 \frac{m}{s}}$$

← MÁXIMA VELOCIDAD POSIBLE P/ QUE NO SE ROMPA LA BARRA

---

8 - Un vagón de ferrocarril de 30 toneladas se mueve a 0,4 m/s sobre una vía horizontal, hasta chocar con otro vagón de 20 toneladas que venía moviéndose hacia él por la misma vía. Determinar la velocidad del segundo vagón un instante antes del choque, si luego del mismo quedaron ambos en reposo. Hallar la variación de energía cinética que se produce en este proceso.

Este tendría que ser el primer problema de todos. Vaya uno a saber por qué lo pusieron acá.
El esquema de lo que pasa es este:



La cantidad de movimiento se conserva durante el choque, de manera que puedo plantear que la inicial es igual a la final.
Entonces:

$$30 \text{ ton } 0{,}4 \frac{m}{s} + 20 \text{ ton} \cdot V_0 = (30 \text{ ton} + 20 \text{ ton}) . \underbrace{V_F}_{0}$$

Ahora, resulta que los cuerpos se quedan quietos después de choque. Quiere decir que todo el término de la derecha da <u>cero</u>.

El asunto queda:

$$12\ \text{ton} \cdot \frac{m}{s} + 20\ \text{ton} \cdot V_0 = 0$$

$$\Rightarrow 20\ \cancel{\text{ton}} \cdot V_0 = -12\ \cancel{\text{ton}}\ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{V_0 = -0{,}6\ \frac{m}{s}} \longleftarrow$$ VELOCIDAD INICIAL DEL OTRO VAGÓN.

Fijate que V_0 me dió negativa. Eso significa que si yo tomé sentido positivo para allá $\longrightarrow$, la velocidad que calculé va para el otro lado.

Calculo ahora la variación de energía cinética. ¿Cómo es esto? Bueno; resulta que en todos los choques siempre se conserva la cantidad de movimiento. (Sea el choque plástico o elástico). Sin embargo la energía mecánica sólo se conserva si el choque es elástico. Este choque es plástico porque los cuerpos quedan pegados. Quiere decir que la energía mecánica inicial no va a ser igual a la final. La diferencia entre lo final y lo inicial me va a dar la variación de energía.

Entonces:

$$\Delta E_{Mec} = E_{M_f} - E_{M_0}$$

$$\Delta E_{Mec} = \frac{1}{2}(m_{20}+m_{30})\underbrace{V_f^2}_{0} - \left(\frac{1}{2}m_{30}V_{30}^2 + \frac{1}{2}m_{20}V_{20}^2\right)$$

La cosa es que la velocidad final de los 2 vagones es cero, de manera que la energía mecánica final es cero.

Entonces la cuenta da:

$$\Delta E_{Mec} = -\frac{1}{2}\,30\ \text{ton}\left(0{,}4\ \frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\,20\ \text{ton}\left(-0{,}6\ \frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Rightarrow \Delta E_{Mec} = -2{,}4\ \text{ton} \cdot \frac{m^2}{s^2} - 3{,}6\ \text{ton}\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{Mec} = -6\ \text{ton}\ \frac{m^2}{s^2}$$

Como 1 ton son 1000 Kg:

$$\underline{\Delta E_{Mec} = -6.000\ \text{Joule}}$$

El signo $\ominus$ indica que esa cantidad de energía se perdió en el choque. ¿En qué se transformó? – En calor.

CH02_18H

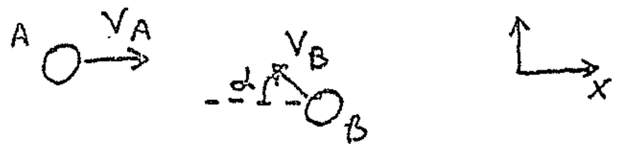
ASIMOV

2 CHOQUE

PROBLEMAS 9 al 13

CHOQUE EN 2 DIMENSIONES

Tengo un choque en 2 dimensiones cuando los cuerpos que chocan vienen formando un ángulo.



Elijo un sistema de ejes X-Y y planteo la conservación de la cantidad de movimiento en cada eje:

$$P_{f_x} = P_{0_x}$$

$$P_{f_y} = P_{0_y}$$

CHOQUE ELÁSTICO

Tengo un choque elástico cuando el problema dice expresamente que el choque es elástico.
La cantidad de movimiento y la energía mecánica se van a conservar. Planteo entonces 2 ecuaciones que son:

$$P_f = P_0$$

$$E_{M_f} = E_{M_0}$$

9 - Un automóvil de 1000 kg llega a la bocacalle en un cruce, moviéndose a 2 m/s en dirección Norte-Sur, y también llega un camión de 3000 kg, moviéndose a 0,5 m/s en dirección Oeste-Este. Determinar la cantidad de movimiento de cada uno, y la del sistema formado por ambos vehículos. Suponiendo que chocan y quedan enganchados, determinar con qué velocidad se moverán un instante después de chocar.

Este es un problema de choque en 2 direcciones. Esto significa que el choque NO se produce así $O \xrightarrow{v} \xleftarrow{v} O$ sino así $O \xrightarrow{v}$ $\overset{v}{\underset{O}{\uparrow}}$.
Es decir, los cuerpos no se vienen moviendo sobre la misma recta sino que uno de ellos viene en forma inclinada. (En el caso del problema, en forma $\perp$).

La única diferencia en este tipo de problemas es que tengo que plantear la conservación de la cantidad de movimiento EN 2 EJES.
Claro. Antes yo ponía que P_f era igual a P_0. Todo eso ocurría sobre un eje x así: $\xrightarrow{x}$. Ahora tengo que tomar un par de ejes x-y así: $\overset{y}{\uparrow}\!\!\xrightarrow{}_{x}$ y plantear que:

$$\boxed{P_{f_x} = P_{0_x}}$$
$$\boxed{P_{f_y} = P_{0_y}}$$

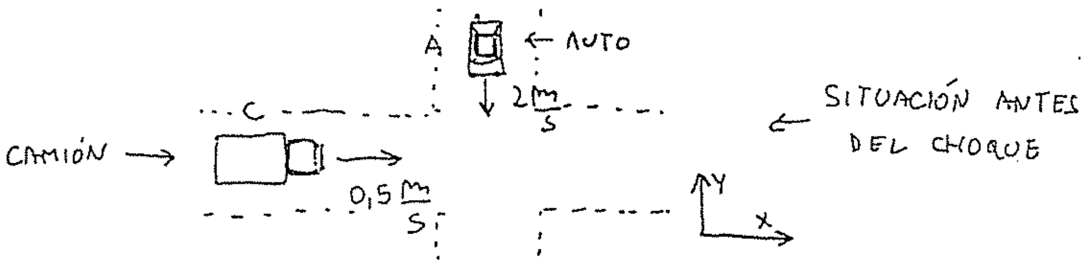
← FÓRMULAS PARA LOS CHOQUES EN 2 DIMENSIONES.

No te preocupes. Ahora vas a entender mejor esto cuando veas como se resuelve este problema.

Veamos.

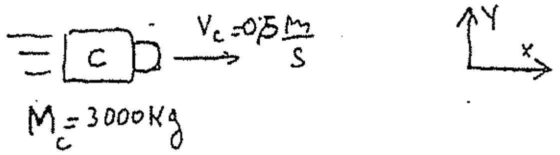
El problema dice que un auto viene moviendose en dirección Norte-Sur y choca contra un camión que viene en dirección Oeste-este.

El esquema de lo que pasa es este:



El problema pide 1ro determinar la cantidad de movimiento que tiene c/u [illegible]

Para el camión tengo esto:



En el eje $\underline{\underline{X}}$ el camión tiene una cantidad de movimiento que vale:

$$P_{X_C} = M_C\, V_{C_X} = 3.000\,Kg \cdot 0{,}5\,\frac{m}{s} \Longrightarrow$$

$$P_{X_C} = 1.500\ \frac{Kg \cdot m}{s} \longleftarrow$$ CANTIDAD DE MOV. DEL CAMIÓN EN EL EJE X.

En el eje Y el camión no tiene cantidad de movimiento porque la velocidad no tiene componente en esa dirección. (La V_c va así $\xrightarrow{V}$, no así: $\nearrow^{V}$).

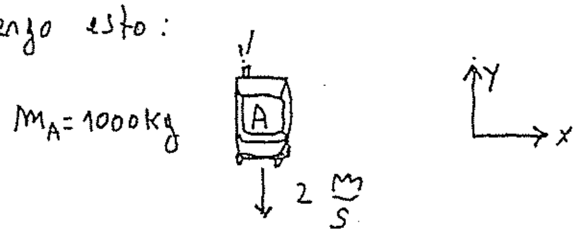
Si quisiera poner esta cantidad de movimiento en la forma que les gusta a ellos, tendría que poner el asunto así:

$$P_C = 1.500\ Kg \cdot \frac{m}{s}\ i + 0\ j$$

Acordate que esta fórmula se lee así: La cantidad de movimiento del camión es 1500 en el eje X y <u>cero</u> en el eje Y.

Vamos al auto.

Para el auto tengo esto:



El auto por el contrario tiene cantidad de movimiento en el eje Y pero no en el eje X. Esta cantidad de movimiento será ⊖ porque la velocidad va al revés de como apunta el eje Y.

Tonces:

$$P_A = m_A \cdot V_A = 1000\ Kg\left(-2\,\frac{m}{s}\right)$$

$$\Rightarrow P_A = -2000\ Kg\,\frac{m}{s} \longleftarrow$$ CANTIDAD DE MOV DEL AUTO EN EL EJE Y.

$\underline{\underline{\text{Ver}}}$

Poniendo la cantidad de movimiento del auto con el sistema anterior:

$$P_A = 0\,i - 2000\ Kg.\frac{m}{s}\,.\,j$$

Resumiendo:

$P_C = 1.500\ Kg.\frac{m}{s}$ EN EL EJE X

$P_A = -2000\ Kg\frac{m}{s}$ EN EL EJE Y

← CANTIDADES DE MOV. P/ EL AUTO Y EL CAMIÓN

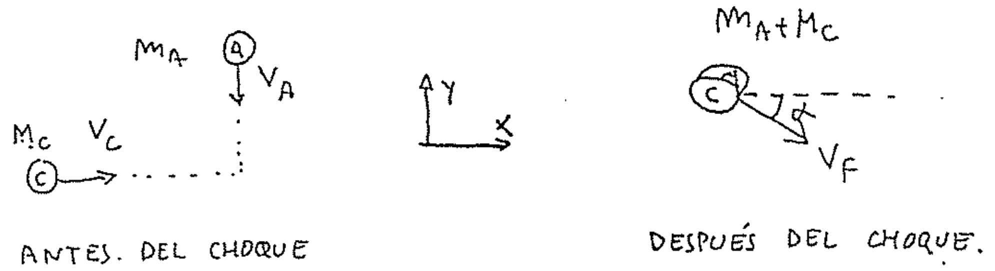
¿Cuál será ahora la cantidad de movimiento del sistema?
Bueno, será la suma de las cantidades de movimiento del auto y del camión. Es decir:

$$P_{SIST} = 1500\ Kg\frac{m}{s}\ \text{EN EL EJE X y } -2000\ Kg\frac{m}{s}\ \text{EN EL EJE Y}$$

o puesto en la forma que les gusta a ellos:

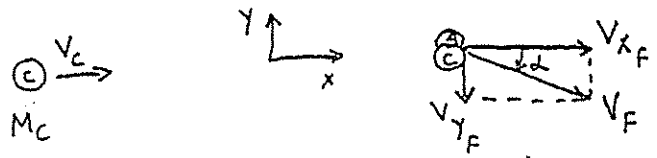
$$P_{SIST.} = 1500\ Kg\frac{m}{s}\,\breve{i} - 2000\ Kg\frac{m}{s}\,j$$

Pregunta: ¿Es necesario siempre trabajar con i y con j?
No. Podés trabajar perfectamente sin poner i y j. Para ellos el problema va a estar bien resuelto de cualquiera de las 2 maneras. Lo único es que si no ponés i y j siempre tenés que aclarar en palabras en qué eje estás trabajando.
Vamos ahora al asunto de calcular la velocidad después del choque.
Lo que tengo que plantear es la conservación de la cantidad de movimiento POR SEPARADO en el eje x y en el eje y.
Después del choque los tipos quedan pegados, así que lo que tengo es esto:



Entonces, para el eje x planteo que:

Entonces:



← DESCOMPONGO LA VELOCIDAD FINAL EN 2 COMPONENTES

me queda:

$$M_c \cdot V_c = (m_A + M_c)\ V_{F_X}$$

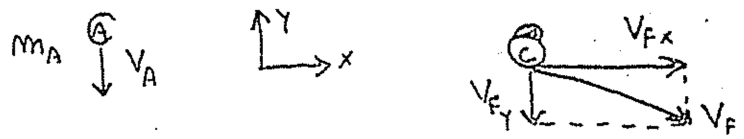
$$\Rightarrow 3000\,Kg \cdot 0{,}5\,\frac{m}{s} = (1000\,Kg + 3000\,Kg) \cdot V_{F_X}$$

$$\Rightarrow 1500\,\cancel{Kg} \cdot \frac{m}{s} = 4000\,\cancel{Kg}\ V_{F_X}$$

$$\Rightarrow \underline{V_{F_X} = 0{,}375\,\frac{m}{s}}$$

← VELOCIDAD EN DIRECCIÓN X DE LOS 2 TIPOS JUNTOS

Hago lo mismo para el eje y:



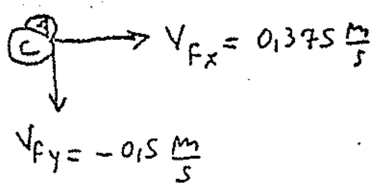
$$m_A\ V_A = (m_A + M_c)\ V_{F_Y}$$

$$1.000\,Kg \cdot (-2)\,\frac{m}{s} = 4000\,Kg \cdot V_{F_Y}$$

$$\Rightarrow \underline{V_{F_Y} = -0{,}5\,\frac{m}{s}}$$

← VELOCIDAD EN DIRECCIÓN Y DE LOS 2 TIPOS JUNTOS.

Es decir que tengo esto:



El módulo del vector velocidad va a ser: $|V| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$

$$\Rightarrow |V| = \sqrt{\left(0{,}5\,\frac{m}{s}\right)^2 + \left(-0{,}375\,\frac{m}{s}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \underline{|V| = 0{,}625\,\frac{m}{s}}$$

← MÓDULO DE LA VELOCIDAD FINAL

Ahora tengo que calcular el ángulo que forma este vector velocidad. Mirando este dibujo

$$tg\ \alpha = \frac{V_{Fy}}{V_{Fx}} = \frac{-0,5}{0,375}$$

$$\Rightarrow \underline{\alpha = -53,13^\circ} \longleftarrow$$ ÁNGULO QUE FORMA EL VECTOR VELOCIDAD

El signo ⊖ me indica que el ángulo es así ... y no así: ...

---

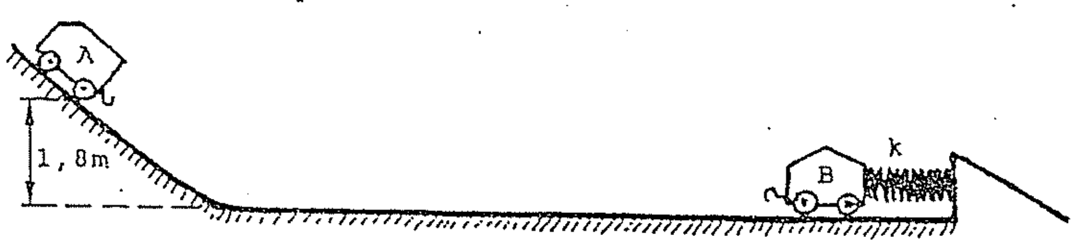
10 - En los extremos de la pista de la figura hay dos carritos, que pueden moverse con rozamiento despreciable. Al carrito A, de 3 kg, se lo tiene en reposo, a 1,8 m por encima del tramo horizontal. El carrito B, de 2 kg, es mantenido en reposo contra un resorte de constante elástica 1800 N/m, acortándolo 40 cm a partir de su estado sin deformación. Se liberan ambos, y corren por la pista de modo que se encuentran en el tramo horizontal. Allí se enganchan y prosiguen juntos.

a - Determinar con qué velocidad se moverán después de engancharse.

b - Si primero se dirigen hacia el resorte, hallar qué longitud máxima lo desplazarán; en caso contrario, a qué altura máxima llegarán sobre la rampa.

c - Hallar el impulso recibido por B, y la variación de energía que experimenta:

- debido al resorte
- debido a su choque con A.



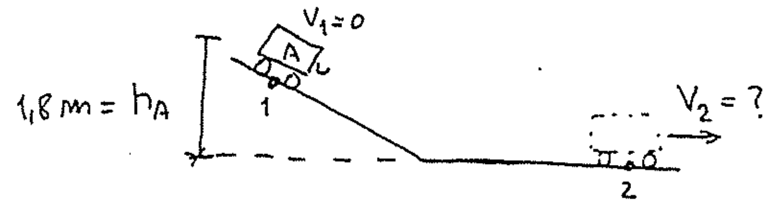
Bueno. Este es un típico problema de parcial. Combina L y E con choque y hay que pensar.

Veamos.

Los carritos A y B se sueltan a la vez. El <u>A</u> empieza a caer porque está en la subidita. El <u>B</u> se empieza a mover porque el resorte lo empuja.

Me fijo que velocidad va a tener cada uno en el momento de chocar.

Vamos 1ro al A



Es un problema caso ①. La energía mecánica se conserva. Planteo entonces que:

$$E_{M_2} = E_{M_1}$$

En A el tipo solo tiene potencial y en B sólo tiene cinética. Me queda:

$$\frac{1}{2} \cancel{m} V_2^2 = \cancel{m} g h_A$$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2 g h_A}$$

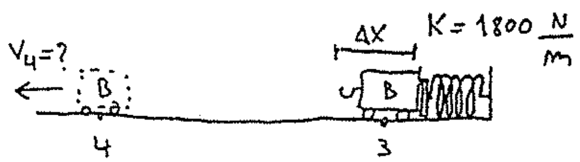
$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2 . 10 \frac{m}{s^2} . 1{,}8\,m}$$

$$V_{A_2} = 6 \frac{m}{s}$$ ⟵ VELOCIDAD DEL CARRITO A ANTES DEL CHOQUE.

Para el otro coso pasa algo parecido:

$m_B = 2\,Kg$

$\Delta X = 0{,}4\,m$



También tengo un caso ① porque no tengo rozamiento ni fuerzas no conservativas. Planteo entonces que:

$$E_{M_4} = E_{M_3}$$

En 4 sólo tengo energía cinética y el 3 sólo potencial elástica.

$$\Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}} m V_4^2 = \cancel{\frac{1}{2}} K (\Delta X)^2$$

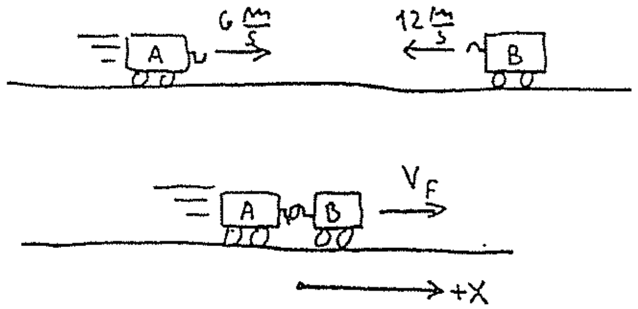
$$\Rightarrow V_4^2 = \frac{K}{m} (\Delta X)^2$$

$$\Rightarrow V_4 = \sqrt{\frac{1800}{2Kg} \frac{N}{m} (0{,}4\,m)^2}$$

$$\Rightarrow V_4 = 12 \frac{m}{s}$$ ⟵ VELOCIDAD DEL CARRITO B ANTES DEL CHOQUE.

a)- Ahora tengo un problema normal de choque que sería el siguiente:

$m_A = 3\,Kg$
$m_B = 2\,Kg$



← ANTES DEL CHOQUE

← DESPUÉS DEL CHOQUE

Tomo el eje de referencia +X así: ⟶ y supongo que la velocidad Final va así ⟶.

En el choque se conserva la cantidad de movimiento. Planteo entonces que la cantidad de movimiento después del choque tiene que ser igual a la cantidad de movimiento antes del choque:

$$P_{Después} = P_{Antes}$$

$$\Rightarrow P_{(A+B)_F} = P_{A_0} + P_{B_0}$$

$$\Rightarrow (m_A + m_B)\,V_F = m_A V_A + m_B V_B$$

Reemplazo ahora por los datos y tomo en cuenta que la velocidad inicial del B va al revés del eje X ($\Rightarrow$ va a ser $\ominus$).

$$(3\,Kg + 2\,Kg)\,V_F = 3\,Kg \cdot 6\,\frac{m}{s} + 2\,Kg\left(-12\,\frac{m}{s}\right)$$

$$\Rightarrow 5\,\cancel{Kg} \cdot V_F = -6\,\cancel{Kg} \cdot \frac{m}{s}$$

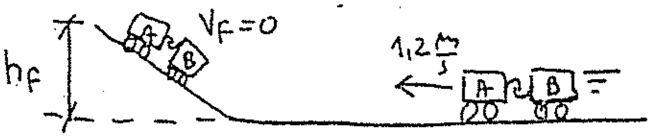
$$\Rightarrow V_F = -1{,}2\,\frac{m}{s}$$ ⟵ VELOCIDAD FINAL DE LOS 2 CARRITOS JUNTOS.

El signo menos de la velocidad me indica que los tipos no van para allá ⟶ como yo supuse sino para el otro lado.

b)- De acuerdo a lo que calculé los 2 cuerpos enganchados no van para el lado del resorte sinó que van para la izquierda y suben la rampa.

La altura a la que llegan la calculo por trabajo y energía.

El planteo es el mismo que hice al principio de todo pero al revés.



Al principio los tipos tienen cinética que se va a transformar toda en potencial. Entonces:

$$\cancel{(m_A + m_B)}\, g \cdot h_F = \frac{1}{2}\cancel{(m_A + m_B)}\, V_0^{\,2}$$

$$\Rightarrow h_F = \frac{V_0^{\,2}}{2g}$$

$$\Rightarrow h_F = \frac{(1{,}2\ m/s)^2}{2 \cdot 10\ m/s^2}$$

$$\Rightarrow \underline{h_F = 0{,}072\ m = 7{,}2\ cm.}$$ ← ALTURA A LA QUE SUBEN

c) - HALLAR EL IMPULSO RECIBIDO POR B Y LA VARIACIÓN DE ENERGÍA CINÉTICA QUE EXPERIMENTA DEBIDO AL RESORTE Y AL CHOQUE CON EL CARRITO A.

El impulso que el resorte ejerce sobre B es lo que varió su cantidad de movimiento. Es decir:

$$J = m V_F - m V_0$$

Antes de que descomprimiera el resorte la velocidad de B era cero. Entonces:

$$J = 2\,Kg \left(-12\,\frac{m}{s}\right) - 0$$

$$\underline{J = -24\ Kg \cdot \frac{m}{s}}$$ ← IMPULSO EJERCIDO POR EL RESORTE.

La variación de la energía cinética va a ser:

$$\Delta E_C = E_{C_F} - E_{C_0}$$

Igual que antes, la velocidad inicial de B era cero. Entonces:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m V_F^{\,2} - \frac{1}{2} m \underbrace{V_0^{\,2}}_{0}$$

$$\Rightarrow \Delta E_C = \frac{1}{2}\, 2\,Kg \left(-12\,\frac{m}{s}\right)^2 = 144\ J$$ ← VARIACIÓN DE LA ENER[illegible]

Ahora, cuando B choca con A pasa a tener una velocidad de $1,2\frac{m}{s}$. Las variaciones de P y de la E_c en el choque van a ser:

$$J = m V_f - m V_0$$

$$\Rightarrow J = 2Kg\left(-1,2\frac{m}{s}\right) - 2Kg\left(-12\frac{m}{s}\right)$$

$$\underline{J = +21,6\ Kg\frac{m}{s}} \longleftarrow$$ IMPULSO RECIBIDO DURANTE EL CHOQUE

Para la energía cinética:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m V_f^2 - \frac{1}{2} m V_0^2$$

$$\Rightarrow \Delta E_C = \frac{1}{2}\ 2Kg\left(-1,2\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\ 2Kg\left(-12\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\underline{\Delta E_C = -142,56\ Joule} \longleftarrow$$ VARIACIÓN DE LA E_C EN EL CHOQUE.

El signo menos en la variación de la E_C me indica que esa es la Ecin que B perdió en el choque. (cuando digo E_C perdida quiero decir que se transformó en calor).

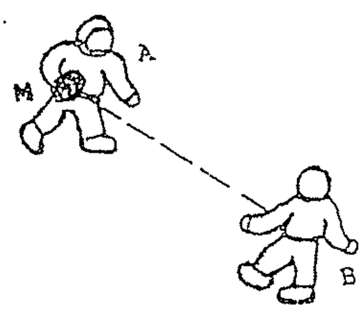
---

11 - Dos astronautas, A y B, de 120 kg cada uno, se encuentran en reposo cerca de su cápsula, que constituye su sistema de referencia. A tiene en sus manos una muestra rocosa M de 30 kg, y se la envía a B para que la examine. La muestra es arrojada por A con una velocidad de 0,4 m/s.

a - Determinar la velocidad que tendrá A luego de arrojar la muestra (en módulo y sentido) y la energía que se ha transformado en energía cinética en ese proceso.

b - Hallar la velocidad de B luego de recibir la muestra, y la energía cinética perdida en ese proceso.

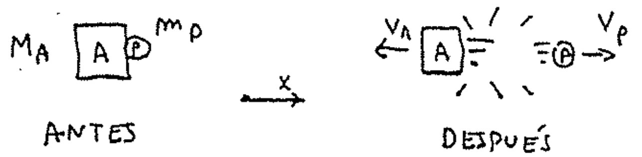
c - Determinar los impulsos recibidos por M en el lanzamiento, y en su choque contra B.



Lo que el problema quiere decir es que cuando el astronauta A tire la piedra se va a ir para atrás. En la Tierra no pasa eso porque hay rozamiento, pero si vos te parás sobre patines lo podés comprobar.

Pero ahora no agarres ningún patín ni nada. Seguí estudiando porque hay parcial.

El esquema de lo que pasa es este:



← SITUACIÓN CUANDO EL TIPO TIRA LA PIEDRA.

La cantidad de movimiento se tiene que conservar porque no actúan fuerzas exteriores. Planteo entonces que la cantidad de movimiento del sistema piedra + astronauta tiene que ser la misma antes de tirar la piedra y después de tirar la piedra.

Entonces:

$$P_{A_f} + P_{P_f} = \underbrace{P_{A_0}}_{0} + \underbrace{P_{P_0}}_{0}$$

La cantidad de movimiento inicial del sistema vale cero porque antes de tirar la piedra, ni la piedra ni el astronauta se mueven.

$$\Rightarrow \quad M_A V_A + m_P V_P = 0$$

$$\Rightarrow \quad 120\,Kg\, V_A + 30\,Kg \cdot 0{,}4\,\frac{m}{s} = 0$$

$$\Rightarrow \quad 120\,\cancel{Kg}\, V_A = -12\,\cancel{Kg} \cdot \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{V_A = -0{,}1\,\frac{m}{s}}$$ ← VELOCIDAD DEL ASTRONAUTA

Calculo ahora la ΔE_c que tiene el sistema piedra + astronauta:

$$\Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_0}$$

Al principio la energía cinética del sistema es cero porque las velocidades son cero. Al final tanto el astronauta como la piedra se mueven.

Entonces:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} M_A V_A^2 + \frac{1}{2} m_P V_P^2 - 0$$

$$\Rightarrow \Delta E_c = \frac{1}{2}\, 120\,Kg \left(-0{,}1\,\frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2}\, 30\,Kg \left(0{,}4\,\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Rightarrow \Delta E_c = +0{,}6\,J + 2{,}4\,J$$

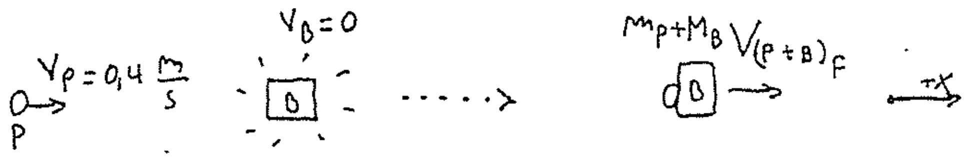
$$\underline{\Delta E_c = 3\ \text{Joule.}}$$ ← VARIACIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA

¿Qué indica el signo positivo de la variación de Energía cinética?

Bueno, acá el signo ⊕ me indica que la energía del sistema aumentó. El astronauta ejerció una fuerza que es NO-conservativa y que entregó energía al sistema.

b) - HALLAR LA VELOCIDAD DEL OTRO ASTRONAUTA DESPUÉS DE RECIBIR LA PIEDRA.

Si el astronauta B ataja la piedra que le tiró el A tengo la siguiente situación:



ESTADO INICIAL ESTADO FINAL

El planteo es el de un choque común y silvestre. La cantidad de movimiento del sistema tiene que ser la misma antes y después del choque:

$$P_{sist\ Antes} = P_{sist\ Después}$$

$$\Rightarrow P_{P_0} + P_{B_0} = P_{(B+P)_F}$$

$$m_P V_{0P} + M_B \overset{0}{\widehat{V_{0B}}} = (m_P + M_B)\ V_F$$

$$30\,Kg \cdot 0{,}4\ \frac{m}{s} + 0 = (30\,Kg + 120\,Kg) \cdot V_F$$

El astronauta B está quieto al principio. Por eso puse que $V_{0_B} = 0$.

$$\Rightarrow 12\ \cancel{Kg} \cdot \frac{m}{s} = 150\ \cancel{Kg} \cdot V_F$$

$$\Rightarrow \underline{V_F = 0{,}08\ \frac{m}{s}}$$ ← VELOCIDAD DEL 2º ASTRONAUTA

La energía cinética perdida en el choque es:

$$\Delta E_C = E_{C_F} - E_{C_0}$$

$$\Rightarrow \Delta E_C = \frac{1}{2} M_B V_{B_F}^2 + \frac{1}{2} m_P V_{P_F}^2 - \frac{1}{2} m_P V_{P_0}^2 - 0$$

Al principio la velocidad del astronauta B es cero y por lo tanto su energía cinética será CERO.

$$\Rightarrow \Delta E_C = \frac{1}{2}\, 120\,Kg \left(0{,}08\ \frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2}\, 30\,Kg \left(0{,}08\ \frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\, 30\,Kg \cdot \left(0{,}4\ \frac{m}{s}\right)^2$$

El signo ⊖ es el que me indica que esta energía se pierde. (se transforma en calor).

c)- DETERMINAR LOS IMPULSOS RECIBIDOS POR LA PIEDRA EN EL LANZAMIENTO Y EN EL CHOQUE CONTRA EL ASTRONAUTA B.

Bueno, cuando el tipo A tira la piedra, ésta recibe un impulso que vale:

$$J = m V_f - m \underbrace{V_0}_{0}$$

$$\Rightarrow J = 30\,Kg \cdot 0{,}4\,\frac{m}{s} - 0 \leftarrow (V_{0p} = 0)$$

$$\underline{J = 12\,Kg \cdot \frac{m}{s}} \leftarrow$$ IMPULSO RECIBIDO POR LA PIEDRA DURANTE EL LANZAMIENTO

El impulso recibido durante el choque es:

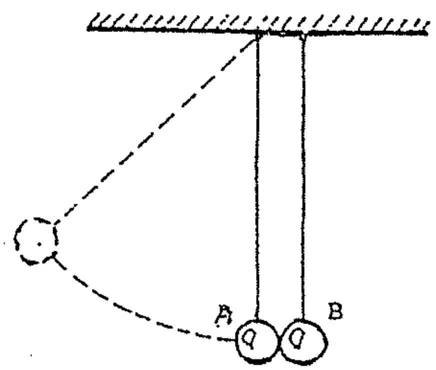
$$J = m V_f - m V_0$$

$$\Rightarrow J = 30\,Kg \cdot 0{,}08\,\frac{m}{s} - 30\,Kg\ 0{,}4\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{J = -9{,}6\ Kg\,\frac{m}{s}} \leftarrow$$ IMPULSO RECIBIDO POR LA PIEDRA EN EL CHOQUE

---

12 - Dos esferas de igual masa están suspendidas de modo tal que en su posición de equilibrio sus centros quedan a la misma altura. Se separa la esfera A de la posición inicial y se la deja caer desde una altura h contra la B, con la que choca en forma perfectamente elástica. Hallar las velocidades de cada esfera después del primer choque, las alturas a que llegará cada una, y describir el comportamiento posterior del sistema. Las esferas se mueven en un único plano.

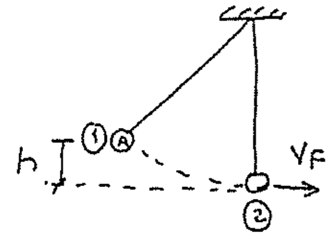


El problema aclara que el choque es <u>PERFECTAMENTE ELÁSTICO</u>, por lo tanto, este es un problema de choque elástico.

La esfera A se levanta y se deja caer. Ahí golpea contra la esfera B que tiene igual masa. Las esferas <u>NO</u> - <u>QUEDAN</u> - <u>PEGADAS</u>. ES un choque elástico así que las 2 bolitas chocan y rebotan.

Tengo que calcular 1ro con que velocidad llega a la posición mas baja la bolita A.

Para eso tengo que hacer un planteo por energía.



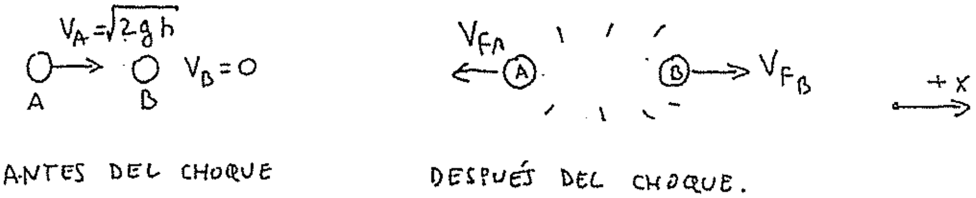
En ① la esfera tiene solo energía potencial. Toda esta potencial se transforma en cinética en ①. No actúan fuerzas no conservativas así que la energía mecánica inicial será igual a la final.

$$E_{M_F} = E_{M_0}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m}_A V_2^2 = \cancel{m}_A g h$$

$$\Rightarrow V_{A_2} = \sqrt{2gh} \quad \longleftarrow$$ VELOCIDAD DE LA ESFERA A ANTES DEL CHOQUE.

Voy ahora a la situación del choque. Ahí tengo lo siguiente:



Supuse que después del choque la esfera B va para allá ⟶ y la A rebota y va para atrás.

En cualquier choque (sea plástico o elástico) la cantidad de mov se conserva. (Porque no actúan fuerzas exteriores). Planteo entonces que:

$$P_F = P_0$$

$$\Rightarrow m_B V_{F_B} + m_A V_{F_A} = \cancel{m_B \overset{0}{V_{0_B}}} + m_A V_{0_A} \quad (1)$$

Esta es la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento. De acá no puedo despejar nada. Tengo 2 incógnitas que son V_{AF} y V_{BF}. Para poder solucionar el asunto tengo que plantear una ecuación más. (Para que me quede un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas).

Ahora ¿De dónde saco otra ecuación?

Y bueno, el choque es elástico, de manera que puedo plantear que la energía se conserva.

entonces:

$$E_{Mf} = E_{Mo}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_A V_{0A}^2 = \frac{1}{2} m_A V_{FA}^2 + \frac{1}{2} m_B V_{FB}^2 \qquad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) son un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Todo está con letras de manera que no puedo reemplazar por valores numéricos. (Mala suerte.) Va a haber que hacer todo con letras.

Empiezo. El sistema que tengo es:

$$\begin{cases} m_B V_{FB} + m_A V_{FA} = m_A V_{0A} & (1) \\ \frac{1}{2} m_A V_{0A}^2 = \frac{1}{2} m_A V_{FA}^2 + \frac{1}{2} m_B V_{FB}^2 & (2) \end{cases}$$

Para resolver este choclo considero lo siguiente: Las masas de las 2 esferas son iguales, de manera que en vez de poner m_A y m_B puedo poner m. Sacando factor común me queda:

$$\begin{cases} \cancel{m} (V_{FB} + V_{FA}) = \cancel{m} V_{0A} \\ \cancel{\frac{1}{2} m} V_{0A}^2 = \cancel{\frac{1}{2} m} (V_{FA}^2 + V_{FB}^2) \end{cases}$$

Despejo V_{FB} de la 1ra:

$$\begin{cases} V_{FB} = V_{0A} - V_{FA} & (1') \\ V_{0A}^2 = V_{FA}^2 + V_{FB}^2 & (2') \end{cases}$$

Reemplazo V_{FB} de la 1ra en la segunda:

$$V_{0A}^2 = V_{FA}^2 + (V_{0A} - V_{FA})^2$$

$$\Rightarrow \cancel{V_{0A}^2} = V_{FA}^2 + \cancel{V_{0A}^2} - 2 V_{0A} V_{FA} + V_{FA}^2$$

$$\Rightarrow 2 V_{FA}^2 - 2 V_{0A} V_{FA} = 0$$

simplificando el 2:

$$V_{F_A}^2 - V_{0_A} V_{F_A} = 0$$

$$\Rightarrow V_{F_A} (V_{F_A} - V_{0_A}) = 0$$

Este es el resultado. Para que todo esto sea igual a cero se tiene que cumplir que V_{F_A} sea igual a cero o que el parentesis sea igual a cero. Es decir, tengo 2 resultados posibles que son:

$$V_{F_A} = 0$$

$$y \quad V_{F_A} = V_{0_A}$$

Ahora que pasa. Pasa que el segundo resultado es físicamente imposible. Si la velocidad de A después del choque fuera igual a la velocidad antes del choque, eso significaría que no hubo choque, lo cual no puede ser. Por lo tanto el resultado es:

$$\underline{V_{F_A} = 0} \quad \longleftarrow \text{VELOCIDAD DEL A DESPUÉS DEL CHOQUE.}$$

Es decir, la bola A choca a la B y se queda quieta. A su vez, la bola B saldrá con una determinada velocidad. Esa velocidad la obtengo reemplazando el resultado $V_{F_A} = 0$ en la ecuación (1'):

$$(1') \quad V_{F_B} = V_{0_A} - \underbrace{V_{F_A}}_{0}$$

$$\Rightarrow \underline{V_{F_B} = V_{0_A}} \quad \longleftarrow \text{VELOCIDAD DEL B DESPUES DEL CHOQUE.}$$

Es decir que la bolita B va a salir con la misma velocidad que traía la bolita A (que era $\sqrt{2gh}$).

Ahora, si al caer desde una altura h, la bolita A adquirió una velocidad $\sqrt{2gh}$, eso quiere decir que si le doy una velocidad $\sqrt{2gh}$ a la bolita B, ésta también tendrá que llegar hasta una altura h.

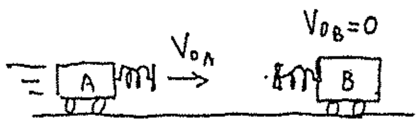
Después de esto el sistema seguirá oscilando de la siguiente manera: La bolita B caerá desde la altura h y chocará con la A que llegará también a la altura h. La A volverá a caer, chocará con la B y así seguirá el asunto hasta el infinito porque el problema dice que los choques son perfectamente elásticos, ⇒ No se pierde energía.

13 - Se tienen dos carritos A y B que pueden desplazarse con rozamiento despreciable sobre el riel horizontal de la figura. La masa del carrito A es 2 kg.

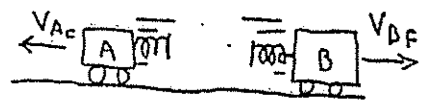
a - El carrito A es lanzado con una velocidad de 7 m/s contra el B, que está en reposo. Ambos experimentan un choque perfectamente elástico, y luego de separarse se observa que A retrocede moviéndose a 5 m/s. Determinar la masa del carrito B, y su velocidad luego del choque.

b - En otra experiencia, se lanza al carrito B contra el A, ahora en reposo, y se mide una velocidad v_A = 12 m/s luego de separarse. Hallar las velocidades inicial y final de B.

a) Las situaciones inicial y final son las siguientes:



ANTES DEL CHOQUE



DESPUÉS DEL CHOQUE

El choque es perfectamente elástico porque así lo dice el problema. Eso quiere decir que se van a conservar la cantidad de movimiento y la energía mecánica.

Planteo entonces las ecuaciones de conservación:

$$\begin{cases} P_{antes} = P_{después} \\ E_{M\,antes} = E_{M\,después} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_A V_{0A} + m_B V_{0B} = m_A V_{fA} + m_B V_{fB} & (1) \\ \frac{1}{2} m_A V_{0A}^2 + \frac{1}{2} m_B V_{0B}^2 = \frac{1}{2} m_A V_{fA}^2 + \frac{1}{2} m_B V_B^2 & (2) \end{cases}$$

Esto constituye un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. En el caso a) la V_{0B} es cero y las incógnitas son m_B y V_{fB}.

En el caso b) la V_{0A} es cero y las incógnitas son V_{0B} y V_{fB}.

Este sistema de ecuaciones es bastante pesado para resolver porque está todo con letras. Así que disculpame que no lo ponga acá. Sin embargo lo hice recién en un papelito que tengo acá al lado mío y me dió:

$$V_{Af} = \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} \cdot V_{A_0} \qquad V_{Bf} = \frac{2\, m_A}{m_A + m_B}\, V_{0_A}$$

Estos son los valores de las velocidades finales en función de las masas y de la velocidad inicial del que se viene moviendo. (La velocidad inicial del otro es cero).

Haciendo un montón de cuentas me da:

a) $V_{0_A} = 7\,\frac{m}{s}$ $\quad m_A = 2\,Kg.$

$V_{f_A} = 5\,\frac{m}{s}$ $\quad V_{0_B} = 0$

$$\boxed{\begin{array}{l} m_B = 12\,Kg \\ V_{f_B} = 2\,\frac{m}{s} \end{array}}$$ ← Resultados para el caso a)

b) $m_A = 2\,Kg$ $\quad V_{0_A} = 0$

$m_B = 12\,Kg$ $\quad V_{f_A} = 12\,\frac{m}{s}$

Para poder aplicar las fórmulas que obtuve antes tengo que cambiar el subíndice B por el A y viceversa. (Es decir, al cuerpo A lo llamo B y al B lo llamo A).

Entonces me da:

$$\boxed{\begin{array}{l} V_{0_B} = -7\,\frac{m}{s} \\ V_{f_B} = -5\,\frac{m}{s} \end{array}}$$ ← Resultados para el caso b).

Los problemas de choque elástico como ves, tienen un pequeño inconveniente: Generalmente hay que plantear un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas y para despejar es un lío.

Por este motivo es que ellos no suelen tomar choque elástico en los parciales. Hace perder mucho tiempo al alumno porque el tipo se te pasa 2 hs haciendo cuentas.

Fue un modesto aviso.

Que tengas suerte.

FIN DE LOS PROBLEMAS DE CHOQUE