CAPACITORES

Capacidad de un cuerpo conductor aislado

Una de las características que presentan todos los cuerpos conductores en equilibrio electrostático es que son equipotenciales, vale decir que tienen el mismo potencial en todos sus puntos. Es lícito, entonces, hablar del potencial del cuerpo conductor en equilibrio electrostático. El potencial V_C de un cuerpo conductor aislado con respecto al infinito es directamente proporcional a su carga neta. En símbolos:

$$V_C \propto Q$$

Es posible transformar la proporción en igualdad introduciendo una constante de proporcionalidad:

$$\boxed{Q = C.V_C} \quad \textbf{(1)}$$

La constante C, que multiplicada por el potencial del cuerpo nos da el valor de su carga, se llama “capacidad eléctrica del cuerpo conductor aislado”, su valor depende de la forma y de las dimensiones del cuerpo (no depende del material ni de su estado de carga).

De la ecuación **(1)** surge que si $Q = 0 \Rightarrow V_C = 0$. Exceptuando ese caso particular, se puede despejar de dicha ecuación **(1)**

$$\boxed{C = \frac{Q}{V_C}} \quad \textbf{(1')}$$

La ecuación **(1’)** nos permite interpretar que el valor numérico de la capacitancia del cuerpo conductor aislado representa cuánto debe valer su carga para tener un potencial de un Volt respecto del infinito. La unidad de capacidad eléctrica en el Sistema Internacional es

$$[C] = \frac{[Q]}{[V_C]} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} = \mathrm{F}\ \text{(farad o faradio)}$$

Dado que el signo del potencial eléctrico del cuerpo respecto del infinito coincide con el de su carga, la capacidad eléctrica resulta siempre positiva.

Ejemplo 1: Obtención del potencial respecto del infinito y de la capacidad eléctrica de una esfera conductora aislada de radio R.

Dada una esfera conductora aislada y con cargada con carga Q es posible aplicar la ley de Gauss para hallar la expresión del campo electrostático que genera a su alrededor

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\breve{r}$$

e integrarla entre un punto genérico a la distancia r del centro de la esfera y el infinito, para obtener la expresión del potencial del primer punto

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

Para obtener el potencial V_E de la esfera con respecto al infinito basta reemplazar la variable r por el radio R de la esfera, obteniendo

$$V_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$$

Para obtener la capacidad eléctrica de la esfera se puede aplicar la ecuación **(1’)**

$$C_E = \frac{Q}{V_E} = \frac{\cancel{Q}}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cancel{Q}}{R}} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Ejemplo 2: Cálculo del radio de una esfera conductora de 1 F de capacidad eléctrica.

$$
\begin{aligned}
&C_E = 4\pi\varepsilon_0 R \\
&1\text{F} = 4\pi\varepsilon_0 R \\
&R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 1\text{F} \\
&R = 9.10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^{\cancel{2}}} .1 \frac{\cancel{\text{C}}}{\text{V}} \\
&R = 9.10^9 \text{m} \\
&R = 9.000.000 \text{km}
\end{aligned}
$$

Este resultado es sorprendente si se lo compara, por ejemplo, con el radio terrestre que es de sólo 6400 km. Podemos decir que la magnitud del faradio como unidad de capacidad eléctrica para los cuerpos conductores aislados que podríamos manipular es excesivamente grande. En consecuencia, se definen submúltiplos tales como:

El microfaradio: 1μF = 10^{-6} F
El nanofaradio: 1 nF = 10^{-9} F
El picofaradio: 1 pF = 10^{-12} F

que son las unidades de uso habitual.

Principio de los capacitores

Este principio surge de la generalización de los resultados de una serie de experimentos en los que se mide el potencial eléctrico de diferentes cuerpos conductores aislados y se interactúa con ellos. La observación principal en dichos experimentos consiste en una disminución del potencial de los cuerpos cada vez que se le acercan otros cuerpos conductores, sin que se les modifique la carga. La ecuación (1’) nos lleva a que aumenta la capacidad eléctrica del cuerpo.

Una versión resumida del principio de los capacitores puede ser la siguiente:

La capacidad eléctrica de los cuerpos conductores aumenta por la proximidad de otros cuerpos conductores. Dicho aumento de la capacidad se ve favorecido:

a) *Cuanto mayor sea la superficie que enfrentan ambos conductores.*
b) *Cuanto más próximos están uno del otro.*
c) *Si el segundo cuerpo se conecta a tierra (de tal forma que queden enfrentadas cargas de signo opuesto).*
d) *Si hay un medio material dieléctrico (aislante) entre ambos cuerpos conductores.*

Capacitores

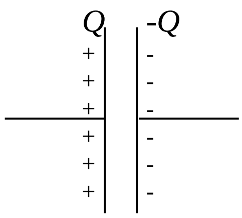
Los capacitores son dispositivos eléctricos que, basados en el principio precedente, se caracterizan por tener una determinada capacidad eléctrica en dimensiones que resulten manejables. Los capacitores tienen la posibilidad de “almacenar” energía, en virtud de cómo se distribuyen en ellos las cargas eléctricas, con el propósito de tenerla disponible cuando se la necesite. Un paradigmático ejemplo del uso de los capacitores lo constituye el flash fotográfico: la potencia eléctrica requerida por la lámpara del flash excede largamente las posibilidades de la batería que lo alimenta. Para que sea posible disponer de dicha potencia el flash carga un capacitor durante un cierto intervalo de tiempo acumulando energía eléctrica que será descargada con rapidez en el momento de producir el destello. También se emplean capacitores como filtros en la salida de las fuentes de alimentación de CC, en circuitos temporizadores, como dispositivo de control de la intensidad de corriente en circuitos de CA, etc.

Un capacitor (llamado también condensador) consta de dos piezas metálicas enfrentadas (llamadas placas o armaduras) separadas por un espacio vacío u ocupado por un material aislante llamado dieléctrico.

Los capacitores se caracterizan por su tipo (de papel, de poliéster, cerámicos, electrolíticos, de capacitancia fija o variable, etc.), por la máxima tensión que soportan entre sus placas (sin que se produzcan arcos de descarga a través del espacio entre ellas) y, como es obvio, por su capacidad eléctrica o capacitancia.

Decir que un capacitor está cargado es equivalente a decir que existe tensión (no nula) entre sus placas. Para cargar un capacitor se lo debe someter a una diferencia de potencial con la que se logra que sus placas adquieran cargas opuestas. Convencionalmente se le llama Q a la carga de la placa positiva (la de mayor potencial) y $-Q$ a la de la negativa (la de menor potencial).

Uno delos símbolos con el que se representa a los capacitores es el que se observa en la figura adjunta. Las líneas verticales representan las placas y las horizontales representan los conectores del capacitor.



La carga de cada placa de un capacitor es directamente proporcional a la diferencia de potencial entre la placa considerada y la otra. Lo habitual es referirse a la carga Q de la placa positiva (a la que llamamos "carga del capacitor") y, consiguientemente, la diferencia de potencial entre esa placa y la negativa es un valor positivo V_C (al que llamamos "tensión del capacitor"). La capacitancia de un capacitor es el factor de proporcionalidad que multiplicado por la tensión del capacitor da como resultado su carga

$$\boxed{Q = C.V_C} \quad \textbf{(2)}$$

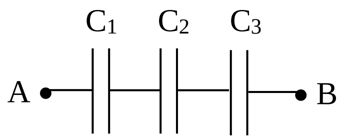
de donde surge, para el caso en que ni la carga ni la tensión son nulas, la expresión de la capacitancia:

$$\boxed{C = \frac{Q}{V_C}} \quad \textbf{(2')}$$ [1]

Conexión básica de capacitores

1. <u>Conexión en serie:</u>

Dos o más capacitores conectados entre los puntos A y B de un circuito están en serie cuando al "recorrer" el circuito desde A hasta B nos vemos obligados a pasar por todos los capacitores conectados, los cuales constituyen un camino único entre los mencionados puntos.



Las características que identifican a los capacitores en serie son dos:

a) La tensión $V_{AB} = V_A - V_B$ entre los extremos de la serie es igual a la suma de las tensiones de todos los capacitores de la serie. En símbolos, para los tres capacitores representados en la figura:

$$V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3$$

Genéricamente:

$$V_{AB} = \sum_{j=1}^{n} V_j \quad \textbf{(3)}$$

Expresión en la que n es el número de capacitores de la serie y V_j es la tensión entre las placas de cada uno de ellos.

b) Todos los capacitores de la serie tienen la misma carga Q que, a la vez, es la carga "total" de la serie. Esta carga Q es la que desplaza una fuente de tensión conectada entre los puntos A y B, para cargar a toda la serie.

[1] Debe observarse que, aunque las expresiones **(1')** y **(2')** tienen idéntica forma, el significado de sus elementos es diferente: en la **(1')** Q es la carga neta de un cuerpo conductor aislado y V_C es su potencial respecto del infinito; en la **(2')** Q es la carga de la placa positiva del capacitor y V_C es la diferencia de potencial entre la placa positiva y la negativa del capacitor.

Si se despeja la tensión de la ecuación **(2)** se obtiene $V_C = \dfrac{Q}{C}$ que reemplazada en la **(3)** para expresar la tensión de cada capacitor nos da

$$V_{AB} = \sum_{j=1}^{n} \frac{Q}{C_j}$$

$$V_{AB} = Q.\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}$$

$$\frac{V_{AB}}{Q} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}$$

El primer miembro de la última igualdad es el cociente entre la tensión total aplicada a la serie y la carga total movilizada por la fuente para cargarla, puede ser interpretada como la inversa multiplicativa de la capacitancia total C_S de la serie de capacitores.

$$\frac{1}{C_S} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j} \quad \text{o bien} \quad \boxed{C_S = \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j} \right)^{-1}} \qquad \textbf{(4)}$$

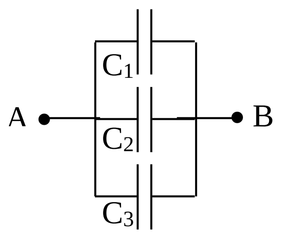
Observaciones:

- La capacitancia equivalente correspondiente a un conjunto de capacitores en serie resulta siempre menor que la menor de las capacitancias de los capacitores de dicha serie.
- Para el caso particular de *n* capacitores de igual capacitancia en serie, la capacitancia equivalente es igual a la capacitancia de uno de ellos dividida por *n*.
- En el caso de dos capacitores en serie, la capacitancia equivalente es:

$$C_S = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} = \left(\frac{C_2 + C_1}{C_1 C_2} \right)^{-1} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

C_S es igual al producto de las dos capacitancias, dividido por la suma de las mismas.

2. <u>Conexión en paralelo</u>



Dos o más capacitores están conectados en paralelo entre los puntos A y B cuando cada uno de ellos tiene una placa conectada al punto A y la otra al punto B.

Las características que identifican a los capacitores conectados en paralelo son:

a) Todos los capacitores que estén en paralelo entre los puntos A y B tienen la misma tensión, coincidente con la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

b) La carga total movilizada para cargar todos los capacitores en paralelo es igual a la suma de las cargas de todos ellos:

$$Q = \sum_{j=1}^{n} Q_j$$

Si se despeja la carga de la ecuación **(2)** se obtiene $Q = C.V_C$ que aplicada a los capacitores en paralelo nos conduce a:

$$Q = \sum_{j=1}^{n} C_j.V_j = \sum_{j=1}^{n} C_j.V_{AB} = V_{AB} \sum_{j=1}^{n} C_j$$

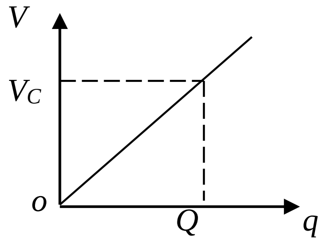
$$\frac{Q}{V_{AB}} = \sum_{j=1}^{n} C_j$$

El primer miembro de la última igualdad puede interpretarse como la capacitancia de un único capacitor que, sometido a la misma tensión que todo el conjunto en paralelo, adquiera una carga igual a la total de dicho conjunto. Se denomina capacidad equivalente en paralelo C_P. Con esta nomenclatura podemos expresar:

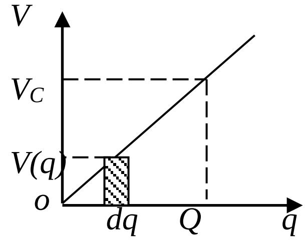
$$\boxed{C_P = \sum_{j=1}^{n} C_j} \qquad \textbf{(5)}$$

Energía de un capacitor

Imaginemos un capacitor inicialmente descargado al que se le va aumentando gradualmente la tensión entre placas. Supongamos además que se efectúan mediciones del valor V de la tensión y del valor de la carga Q en diferentes momentos del proceso de carga. Si se representa gráficamente el valor de la tensión en función de la carga se obtiene una recta que pasa por el origen de coordenadas y cuya pendiente es la inversa multiplicativa de la capacitancia del capacitor.



La fuente con la que se carga el capacitor va haciendo trabajo sobre la carga que transporta. Si suponemos que se desplazan cargas positivas (sentido convencional de la corriente), el trabajo eléctrico dW al transportar una carga dq desde la placa negativa hasta la positiva es $dW = dq.V(q)$, donde $V(q)$ representa la tensión del capacitor cuando la carga de su placa positiva es q y se está transportando la carga dq. Ese trabajo es almacenado en el capacitor como una cantidad de energía dU, vale decir



$$dU = V(q).dq$$

Esta variación de energía queda representada gráficamente mediante el área de un rectángulo de base dq y altura $V(q)$.

La energía potencial U almacenada en el capacitor desde que estaba descargado hasta adquirir la carga Q es:

$$U = \int_0^Q V.dq = \int_0^Q \frac{q}{C}\,dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q.dq$$

$$U = \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^Q$$

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

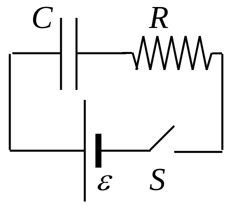
Sustituyendo la carga o la capacidad en la última igualdad puede obtenerse:

$$\boxed{U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q.V}{2} = \frac{1}{2}C.V^2} \qquad \textbf{(6)}$$

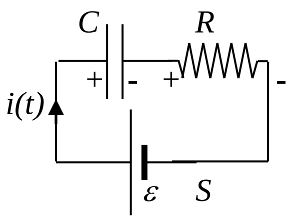
Régimen transitorio de carga de un capacitor

La figura representa un circuito formado por un capacitor, un resistor, una fuente de tensión y un interruptor S. C es la capacitancia del capacitor, ε es la fuerza electromotriz de la fuente y R es la resistencia total del circuito (resistencia del resistor más resistencia interna de la fuente).

El capacitor está inicialmente descargado y en el instante $t = 0$ se cierra el interruptor.



Al comenzar a circular la corriente de carga del capacitor se produce una tensión entre sus placas y otra entre los extremos de la resistencia. La intensidad de la corriente en un instante genérico $t > 0$ es $i(t)$ mientras que el valor instantáneo de la carga del capacitor es q. Si se aplica la segunda regla de Kirchhoff a la malla, para ese instante, se tiene:



$$\varepsilon - V_C - V_R = 0$$

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - R.i(t) = 0; \text{ pero } i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - R.\frac{dq}{dt} = 0; \text{ si se multiplica a ambos miembros por } C\text{, se obtiene}$$

$$\varepsilon C - q - RC\frac{dq}{dt} = 0$$

$$-RC\frac{dq}{dt} = q - \varepsilon.C; \text{puede separarse las variables}$$

$$\frac{dq}{q - \varepsilon.C} = -\frac{1}{RC}dt; \text{ luego integramos ambos miembros}$$

$$\int_0^{Q(t)} \frac{dq}{q - \varepsilon.C} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\ln\left[q - \varepsilon.C\right]_0^{Q(t)} = -\frac{1}{RC}t$$

$$\ln\frac{Q(t) - \varepsilon.C}{-\varepsilon.C} = -\frac{1}{RC}t; \text{ aplicamos la definición de logaritmo}$$

$$\frac{Q(t) - \varepsilon.C}{-\varepsilon.C} = e^{-\frac{1}{RC}t} \quad \Rightarrow \quad Q(t) = \varepsilon.C\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$$

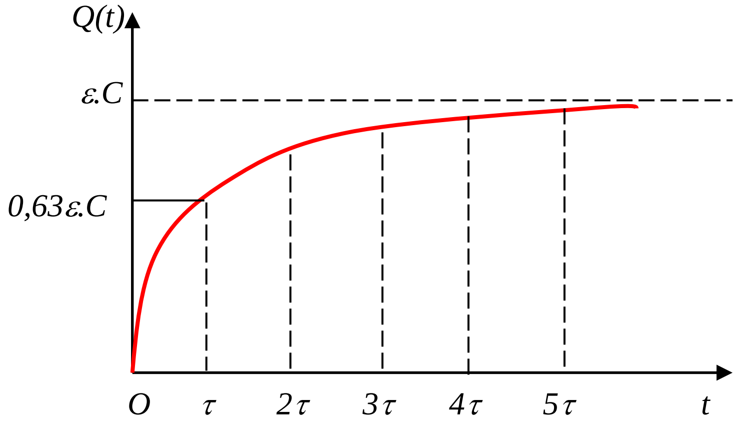
Las unidades del producto RC son:

$$\left[R.C\right] = \Omega.F = \frac{\cancel{V}}{A}.\frac{C}{\cancel{V}} = \frac{\cancel{C}}{\frac{\cancel{C}}{s}} = s$$

Como puede verse, se trata de la unidad de tiempo y debe ser de este modo para que al reemplazar la variable t por un valor cualquiera, el exponente quede adimensional. A este producto $R.C$ se lo simboliza con τ y se lo denomina *constante de tiempo* del circuito RC. En consecuencia:

$$\boxed{Q(t) = \varepsilon.C\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)} \quad \text{con } \tau = R.C \qquad (7)$$

La representación gráfica de la función precedente tiene el siguiente aspecto:



Se trata de una función exponencial cuya asíntota horizontal es la recta $Q(t) = \varepsilon\, C$. El valor $\varepsilon.C$ representa la carga del capacitor cuando la tensión entre sus placas es igual a la de la fuente.
Cuando transcurrió un tiempo τ a partir del cierre del interruptor, el valor de la carga es:

$$Q(\tau) = \varepsilon.C\left(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right) = \varepsilon.C\left(1-e^{-1}\right) \approx 0{,}63\,\varepsilon.C$$

Esto significa que luego de una constante de tiempo, el capacitor adquiere el 63% de la carga que adquiriría luego de estar conectado a la fuente un tiempo muy prolongado. Por cada constante de tiempo que transcurre, el capacitor adquiere el 63% de la carga que le falta para llegar al valor $\varepsilon.C$. Una vez transcurridas 5τ, la carga del capacitor alcanza el 99,999% de $\varepsilon.C$, razón por la cual (en la mayoría de los casos) puede considerarse que ya ha finalizado el régimen transitorio.
La intensidad de la corriente de carga en función del tiempo se puede obtener derivando la carga con respecto al tiempo:

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\varepsilon.C\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right] = \varepsilon.C\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \varepsilon.\cancel{C}\,\frac{1}{R\cancel{C}}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

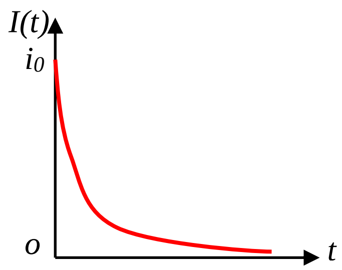
$$\boxed{i(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad \textbf{(8)}$$

De la ecuación **(8)** surge que:

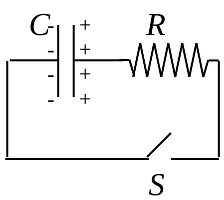
a) La intensidad de la corriente en el instante $t = 0$ es $i_0 = \frac{\varepsilon}{R}$, que coincide con la intensidad que circularía por el circuito si en lugar del capacitor hubiese un conductor. Esto significa que el **capacitor descargado, en el instante inicial de su proceso de carga, se comporta como un buen conductor**.

b) Luego de un tiempo $t = \tau$, la intensidad de la corriente es $i(\tau) \approx 0{,}37.i_0$, vale decir que la corriente se reduce aproximadamente al 37% de su valor inicial. Para cualquier intervalo de duración τ, la intensidad de la corriente al final del mismo es un 37% del valor que tiene al comenzarlo. Una vez transcurridos 5τ, la intensidad de la corriente es inferior al 1% del valor inicial i_0, se considera que el capacitor ya está cargado a partir de ese instante. **El capacitor una vez cargado equivale a un circuito abierto que interrumpe la corriente en todo dispositivo que esté en serie con él**.

c) La representación gráfica de $i(t)$ en función de t tiene el siguiente aspecto:

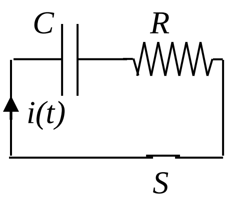


Descarga de un capacitor



Consideramos ahora un capacitor inicialmente cargado, con carga Q_0 conectado como se muestra en la figura. En el instante inicial $t = 0$ se cierra el interruptor S dándose comienzo al proceso de descarga del capacitor.
En un instante t genérico, posterior al instante inicial, circula por el circuito una corriente eléctrica cuya intensidad tiene un valor instantáneo $i(t)$.
Aplicamos la segunda regla de Kirchhoff a la malla en un instante $t > 0$:

$$V_C - V_R = 0$$
$$\frac{q}{C} = R.i(t)$$
$$\frac{q}{C} = R.\left(-\frac{dq}{dt}\right)$$



El signo negativo que precede a la derivada de la carga con respecto al tiempo se debe a que la carga q del capacitor disminuye con el tiempo y esto hace que sea $dq < 0$.
Agrupando constantes, separando variables e integrando obtenemos:

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$
$$\int_{Q_0}^{Q(t)} \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$
$$\ln q\Big|_{Q_0}^{Q(t)} = -\frac{1}{RC}t$$
$$\ln\left(\frac{Q(t)}{Q_0}\right) = -\frac{1}{RC}t$$
$$\frac{Q(t)}{Q_0} = e^{-\frac{1}{RC}t}$$

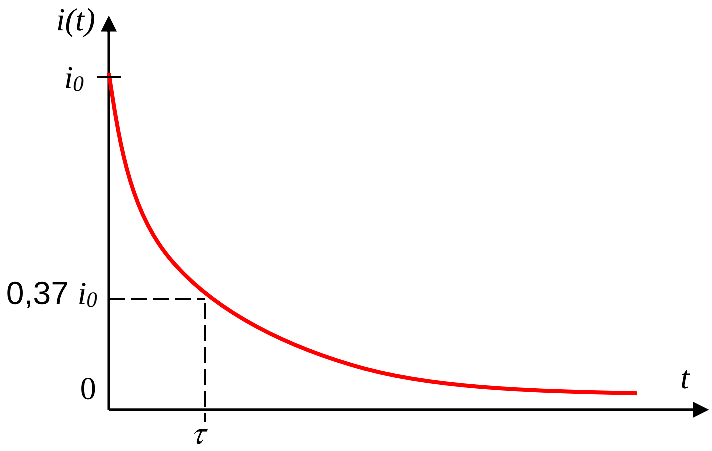
Introducimos nuevamente la constante de tiempo $\tau = RC$ y despejamos $Q(t)$:

$$\boxed{Q(t) = Q_0.e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

La intensidad de la corriente en función del tiempo es:

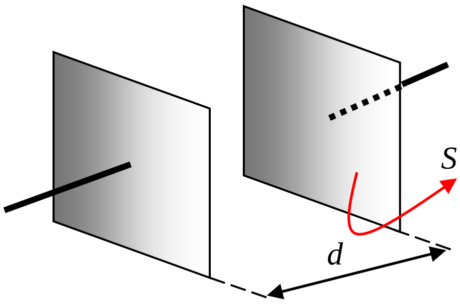
$$i(t) = -\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{Q_0}{\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{Q_0}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\boxed{i(t) = i_0\ e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

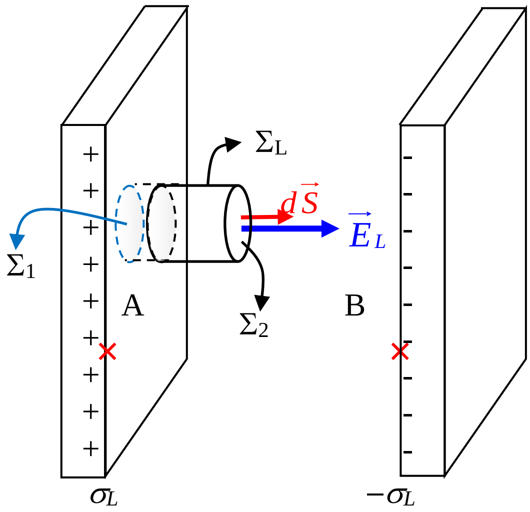


En la figura se muestra el aspecto de la representación gráfica de la intensidad de corriente de descarga en función del tiempo, se trata de una exponencial decreciente cuya asíntota horizontal es el eje del tiempo. El valor inicial de la intensidad es igual al cociente entre el valor inicial V_0 de la tensión inicial del capacitor y el valor R de la resistencia del circuito. Para cualquier intervalo de tiempo de duración τ la intensidad de corriente varía desde un cierto valor hasta el 37% del mismo, aproximadamente. En el instante $t = 5\tau$ el valor de $i(t)$ representa el 0,00001% del valor inicial y suele considerarse que, a partir de entonces, el capacitor está descargado. La representación de $Q(t)$ en función del tiempo tiene una forma similar (con el debido cambio de las magnitudes de los ejes y sus escalas) y similares características.

Capacitor plano (con vacío o con aire entre las placas)



Está formado por dos placas planas, paralelas, de igual forma y dimensiones, enfrentadas paralelamente una a la otra. El símbolo que representa a los capacitores es como un capacitor plano visto de perfil.
Al conectar el capacitor plano a una fuente de tensión continua, se carga y, si la separación *d* entre placas es mucho menor que las dimensiones de las mismas, sus placas adquieren una distribución uniforme de carga con densidades superficiales σ_L (la conectada al borne positivo de la fuente) y $-\sigma_L$, la conectada al borne negativo. El subíndice *L* alude a que se trata de la densidad de carga libre, vale decir de las cargas libres que la fuente desplaza para que el capacitor adquiera energía. El campo entre las placas es uniforme, con
excepción de la región cercana a los bordes que suele resultar despreciable (si se cumple la condición establecida para *d*.
La intensidad del campo eléctrico E_L creado por las cargas libres entre las placas, se puede obtener con la ley de Gauss:



La superficie gaussiana es cilíndrica con generatrices (que forman la superficie lateral Σ_L) perpendiculares a la placa positiva, una base (Σ_1) dentro de dicha placa y la otra (Σ_2) en el espacio entre placas. Expresamos la integral en la superficie cerrada como una suma de integrales que tienen como dominio a cada una de las tres superficies mencionadas. Tanto la superficie Σ_1 como la Σ_2 y la parte de la superficie de la placa positiva que queda dentro del cilindro gaussiano, tienen área *S*. La carga encerrada en la superficie gaussiana es $q = \sigma_L\, S$.

$$\oint\!\!\!\oint \vec{E}_L . d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\iint_{\Sigma_1} \vec{E}_L . d\vec{S} + \iint_{\Sigma_2} \vec{E}_L . d\vec{S} + \iint_{\Sigma_L} \vec{E}_L . d\vec{S} = \frac{\sigma_L S}{\varepsilon_0}$$

La primera integral es nula porque Σ_1 está dentro del conductor en equilibrio electrostático y consiguientemente el campo es nulo. La tercera integral es nula debido a que las líneas del campo no atraviesan la superficie lateral del cilindro, no generan flujo. Que sólo la segunda integral:

$$\iint_{\Sigma_2} E_L . dS . \overset{1}{\cancel{\cos 0°}} = \frac{\sigma_L S}{\varepsilon_0}$$

Se extrae E_L y se integra dS:

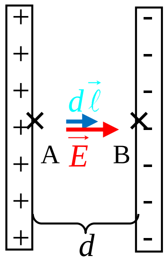
$$E_L \iint_{\Sigma_2} dS = \frac{\sigma_L S}{\varepsilon_0}$$

$$E_L \cancel{S} = \frac{\sigma_L \cancel{S}}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_L = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_0}}$$

Si suponemos que el capacitor plano está cargado, la diferencia de potencial V_C entre sus placas es la que existe entre un punto A cualquiera de la placa positiva y otro B cualquiera de la placa negativa, evaluada a lo largo de cualquier curva elegida convenientemente, por ejemplo, tomamos los puntos *A* y *B* sobre una perpendicular a ambas placas e integramos en el segmento *AB*:

$$V_C = \int_A^B \vec{E}_L . d\vec{\ell} = \int_A^B E_L \, d\ell \cos 0 = E_L \int_A^B d\ell \Rightarrow V_C = E_L . d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$



La capacitancia C_0 del capacitor es:

$$C_0 = \frac{Q}{V_C} = \frac{\cancel{\sigma} S}{\frac{\cancel{\sigma}}{\varepsilon_0} d} \quad \Rightarrow \boxed{C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{d}}$$