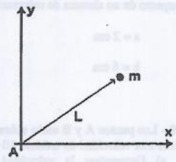
- Física 1. Principios de la Mecánica - **Práctica**

Cuerpo rígido *Parte 1.*
Dinámica del movimiento.

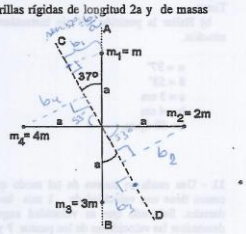
En todos los casos adoptar $|g| = 10\ m/s^2$

1 - Un punto material de masa m = 100 g está unido a un eje por una varilla de masa despreciable de 100 cm de longitud en forma similar a la mostrada en la figura. El punto material parte del reposo y solo puede girar alrededor del punto A, realizando dicho movimiento en el plano del papel. Si se aplica sobre el mismo en dirección perpendicular a la varilla una fuerza de módulo 1 N.
¿Cuánto tardará dicha masa en alcanzar la frecuencia de 5 r.p.s.?



$$\tau_{Neto} = f_{Tangencial}L = I_m\alpha_{Angular} = mL^2\alpha_{Angular} \Rightarrow \alpha = \frac{f_{Tangencial}}{mL} = 10\ s^{-2}$$
$$\omega(t) = \alpha_{Angular}t + \omega_0 = \alpha_{Angular}t \Rightarrow \omega(t_1) = 2\pi 5\ s^{-1} = 10\ s^{-2}t \Rightarrow \boldsymbol{t = \pi\ s}$$

2 - Dado el sistema de masas puntuales de la figura unidos por varillas rígidas de longitud 2a y de masas despreciables,
a) encuentre el momento de inercia con respecto al eje AB y el radio de giro.
b) repetir el punto anterior con respecto al eje CD.

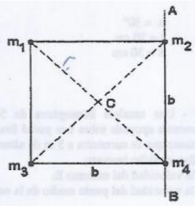


a)
$$I = \sum I_i = m_4r_4^2 + m_2r_2^2 = 4m(a)^2 + 2m(a)^2 = \boldsymbol{6ma^2}$$
$$\sum I_i = M\rho^2 = (m_1+m_2+m_3+m_4)r_{Cm}^2 = 10M\rho^2 \Rightarrow \rho = \sqrt{\frac{\sum I_i}{M}} = \boldsymbol{0.775a}$$
b)
$$I = \sum I_i = (m_1+m_3)\big(aSin(37º)\big)^2 + (m_2+m_4)\big(aSin(53º)\big)^2 + m_2 = \boldsymbol{5.28ma^2}$$
$$\sum I_i = M\rho^2 = (m_1+m_2+m_3+m_4)\rho^2 = 10m\rho^2 \Rightarrow \rho = \sqrt{\frac{\sum I_i}{M}} = \boldsymbol{0.727a}$$

3 - Los cuatro puntos materiales de masas iguales de la figura se encuentran ligados por varillas de masas despreciables,

a) encontrar el momento de inercia del sistema con respecto al eje perpendicular a la página que pasa por C.

b) calcular el radio de giro con respecto al eje AB.

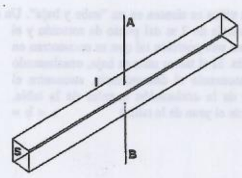


a)
$$I = \sum I_i = Mr_i^2 = 4m\left(\sqrt{2\left(\frac{b}{2}\right)^2}\right)^2 = \boldsymbol{2mb^2}$$
b)
$$I = \sum I_i = m_1b^2 + m_3b^2 = M\rho^2 \Rightarrow \rho = \sqrt{\frac{2mb^2}{M}} = \boldsymbol{\frac{b}{\sqrt{2}}}$$

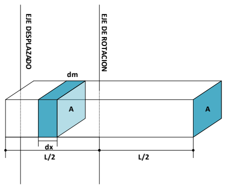
4 - Dada una varilla delgada homogénea de longitud l,

a) encontrar el momento de inercia con respecto al eje baricéntrico perpendicular a su longitud y calcular el radio de giro correspondiente.

b) repetir el punto anterior con respecto a un eje paralelo al anterior pasante por el extremo de la varilla.

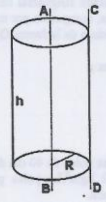


Sabemos que la Inercia de un punto Material es:
$$I_P = MR^2 \Rightarrow \sum I_i = \sum_{i=1}^{n} m_ir^2\ \ Sistema\ de\ Puntos\ Materiales$$
Luego podemos dividir a un sólido en diferenciales de Masa ¿Qué relaciona la Masa con un Sólido?:
Si usamos Sólidos con algún tipo de Simetría, podemos usar la densidad como una propiedad válida, y los diferenciales de masa en función de esta.
$$I_{Solido} = \lim_{\delta m\to 0}\sum_{i=1}^{n} r^2\delta m_i = \int r^2dm\ y \begin{cases}\rho_{Vol} = DensidadVolumétrica \Rightarrow dm = \rho_{Vol}dV \\ \phi_{Sup} = DensidadSuperficial \Rightarrow dm = \phi_{Sup}dA \Rightarrow Si\ usamos\ \rho_{Vol} \\ \lambda_{Lin} = DensidadLineal \Rightarrow dm = \lambda_{Lin}dx\end{cases}$$
Nuevamente el Diferencial de Volumen podemos expresarlo como:
$$dV = Adx$$
Finalmente, nuestra Inercia podría Obtenerse como:
$$\boldsymbol{I_{Sólido} = \int r^2\rho_{Vol}(r)A(r)dr}$$
Esquematicemos:

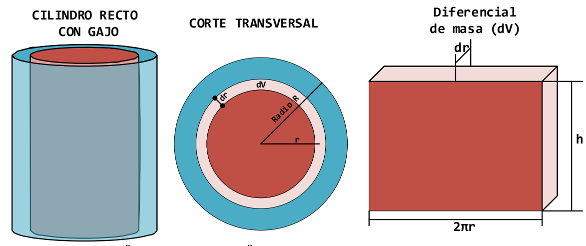


$$I_{VarillaCentral} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x^2\frac{M}{AL}Adx = \left|\frac{M}{L}\frac{x^3}{3}\right|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \boldsymbol{\frac{1}{12}ML^2} \wedge \frac{1}{12}ML^2 = M\rho^2 \Rightarrow \boldsymbol{\rho = \frac{L}{2\sqrt{3}}}$$
Observación: Tanto el Área Transversal A(r), como la Densidad Volumétrica δ(r) se mantienen constantes en función del radio.
$$I' = I_{Cm} + Mh^2 = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{ML^2}{4} = \boldsymbol{\frac{1}{3}ML^2} \wedge \frac{1}{3}ML^2 = M\rho^2 \Rightarrow \boldsymbol{\rho = \frac{L}{\sqrt{3}}}$$

5 - Determinar los momentos de inercia de un cilindro recto macizo, con respecto a su eje de simetría y a cualquier generatriz, calculando en cada caso los radios de giro correspondientes.

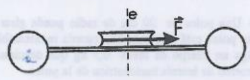


$$\boldsymbol{I_{Sólido} = \int r^2\rho_{Vol}(r)A(r)dr}$$
Si analizamos el cilindro, este a medida que nos movemos por el radio se compone de contribuciones de cilindros más pequeños, es decir el Área no se va a mantener fija a medida que nos movamos sobre el radio, sin embargo, si podremos considerar la densidad como un valor fijo:
$$\boldsymbol{I_{CilindroCentral} = \int r^2\frac{M}{\pi R^2h}A(r)dr \Rightarrow dV = A_{CascaraCilindrica}(r)dr = 2\pi rhdr}$$
Esquematización dV:

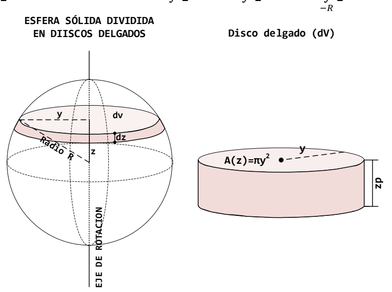


$$I_{CilindroCentral} = \int_0^R r^2\frac{M}{\pi R^2h}2\pi rhdr = \int_0^R r^2\frac{M}{R^2}2rdr = \frac{R^42M}{4R^2} = \boldsymbol{\frac{1}{2}MR^2} \wedge \frac{1}{2}MR^2 = M\rho^2 \Rightarrow \boldsymbol{\rho = \frac{R}{\sqrt{2}}}$$
$$I_{CilindroGeneratriz} = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2 \wedge \frac{3}{2}MR^2 = M\rho^2 \Rightarrow \boldsymbol{\rho = \sqrt{3}\frac{R}{\sqrt{2}} = 1.2247R}$$

6 - La pieza homogénea de la figura está constituida por una varilla de 1 m de largo y 1,2 kg de masa, 2 esferas de 0,2 m de radio y 0,1 kg de masa y un polea (cilindro) de 0,1 m de radio y 0,5 kg de masa. El sistema gira alrededor del eje de simetría bajo la acción de una fuerza horizontal de módulo 20 N que se ejerce mediante una soga arrollada al cilindro. Determinar:
a) el radio de giro de la pieza.
b) la aceleración angular



a)
$$\sum I_i = I_{Polea;DiscoAplandadoCentral} + 2I_{EsferaEP} + I_{Varilla} = \frac{1}{2}M\rho^2$$
Veamos cómo encontrar el Momento de Inercia de una Esfera Solida:
Ya conocemos la Inercia de un Disco delgado, con lo que podríamos decir que si sumamos todos las contribuciones de inercias de los discos delgados que forman la Esfera sólida, encontramos el momento.
$$dI = \frac{1}{2}y^2(z)dm \Rightarrow I_{EsferaCentral} = \int\frac{1}{2}y^2dm = \int\frac{1}{2}y^2\rho dV = \int_{-R}^{R}\frac{1}{2}y^2(z)\rho A(z)dz$$

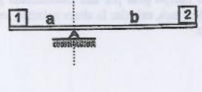


$$\int_{-R}^{R}\frac{1}{2}y^2\left(\frac{3M}{4\pi R^3}\right)\pi y^2dz = \int_{-R}^{R}(R^2-z^2)^2\left(\frac{3M}{8R^3}\right)dz = \frac{3M}{8R^3}\int_{-R}^{R}(R^4+z^4-2R^2z^2)dz = \frac{3M}{8R^3}\left(2R^5+\frac{2R^5}{5}-\frac{4R^5}{3}\right) =$$
$$\frac{3M}{8R^3}\left(\frac{16}{15}R^5\right) = \frac{2}{5}MR^2 \Rightarrow I_{EsferaDesplazada} = \frac{2}{5}MR^2 + M\left(\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\right)^2$$
$$\begin{cases} I_{Polea} = \frac{1}{2}M_{Polea}R^2 = 0.0025 \\ I_{Varilla} = \frac{1}{12}M_{Varilla}L^2 = 0.1 \\ 2I_{EsferaDezplazada} = \frac{4}{5}MR_{Esfera}^2 + 2M\left(R_{Esfera} + R_{MediaVarilla}\right)^2 = 0.1012\end{cases} \Rightarrow \rho = \sqrt{\frac{\sum I}{M}} = \sqrt{\frac{0.2037}{1{,}9}} = \boldsymbol{0.327m}$$
b)
$$\sum\tau = I\alpha_{Angular}$$
$$FR_{Polea} = I\alpha_{Angular} \Rightarrow \alpha_{Angular} = \frac{FR_{Polea}}{I} = \boldsymbol{9.818\ s^{-2}}$$

7 - Dos masas se encuentran sobre una barra rígida de peso despreciable a una distancia L de separación, en tal forma que la misma se encuentra en equilibrio. Determinar el momento de inercia del sistema con respecto a un eje perpendicular al plano de la figura que pasa por su punto de rotación.

$m_1 = 40$ kg

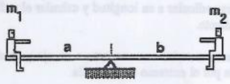
$m_2 = 30$ kg



Este ejercicio le falta algo de información, porque inicialmente como está podría escribirse en función de cualquiera de los datos que allí aparece, pero en relación al resultado de la guía pide el Momento de Inercia en Función del largo L de la Varilla (I(L)).

Dice, que en estas circunstancias el Sistema se encuentra equilibrado, esto significa que el torque de las fuerzas actuantes es Nulo, por lo tanto, su aceleración angular es Nula ¿Qué fuerzas actúan en este Sistema?
$$\sum\tau = \tau_{Peso1} + \tau_{Peso2} = P_1a + P_2b = P_1(L-b) - P_2b = 0 \Rightarrow b = \frac{P_1L}{P_2+P_1} = \frac{400}{700}L = \frac{4}{7}L$$
$$\sum I = m_1a^2 + m_2b^2 = m_1(L-b)^2 + m_2b^2 = 40\left(\frac{9}{49}L^2\right) + 30\left(\frac{16}{49}L^2\right) = \boldsymbol{17.14L^2\ Kg}$$

8 - Tres niños se sientan en un "sube y baja". Un niño de 40 kg y otro de 30 kg en los extremos opuestos a una distancia de 2 m del punto de rotación y el tercero en una posición tal que se encuentran en equilibrio. Si el tercer niño se baja, ocasionando en consecuencia el desequilibrio, encuentre el módulo de la aceleración angular de la tabla. (desprecie el peso de la tabla) a = b = 2 m

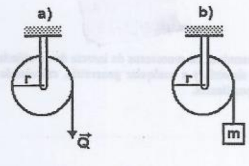


Supongamos que si el torque se da en el sentido opuesto al de las agujas del reloj es positivo (si el resultado de la aceleración angular es positivo, entonces, gira como lo supuesto:

$$\sum \tau = P_1 a - P_2 b = 400N\,2m - 300N\,2m = 200Nm = I\alpha = (m_1+m_2)r^2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{200Nm}{(m_1+m_2)r^2} = \mathbf{0.71\ s^{-2}}$$

9- Determinar el módulo de la aceleración lineal (aceleración tangencial de la polea) en los siguientes sistemas, compuesto por una polea de masa M y radio r y el módulo de la fuerza Q es:

|Q| = m g



Supongamos que si el torque se da en el sentido de las agujas del reloj es positivo (si el resultado de la aceleración angular es positivo, entonces, gira como lo supuesto:

Caso a:

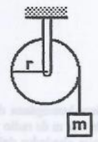
$$\sum \tau = mgr = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{mgr}{I} \Rightarrow a_t = \alpha r = \mathbf{\frac{Qr^2}{I}}$$

Caso b:

$$\sum \tau = Tr = I\alpha \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{Tr}{I} \\ \alpha r = a_T \end{cases} \Rightarrow a_t = \alpha r = \frac{Tr^2}{I} \Rightarrow T = \frac{a_t I}{r^2}$$

$$mg - T = ma_t \Rightarrow Q - \frac{a_t I}{r^2} = ma_t \Rightarrow a_t = \mathbf{\frac{Q}{\frac{I}{r^2}+m}}$$

10 - Una polea de 40 cm de radio tiene un momento de inercia respecto de su eje de 1,92 kgm². La polea puede girar sin rozamiento alrededor de un eje fijo horizontal.
Sobre la polea está arrollada una cuerda inextensible y de masa y espesor despreciables. En su extremo libre se cuelga un cuerpo de masa 0,5 kg.
a) Calcular la aceleración de este cuerpo cuando desciende verticalmente.
b) Suponga ahora que el eje de la polea presenta rozamiento. Calcule la aceleración de m resultante si el momento de fricción tiene módulo de 2 Nm.



Con lo calculado en 9) de la polea con una masa atada, calculamos la aceleración Vertical, o lo que vendría a ser la Aceleración Tangencial:

a)

$$a_t = \frac{mg}{\frac{I_{DiscoSolido}}{r}+m} = \frac{5N}{\frac{1.92Kgm^2}{(0.4m)^2}+0.5} = \mathbf{0.4\frac{m}{s^2}}$$

b)

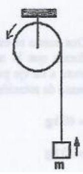
$$\begin{cases} \sum \tau = Tr - M_F = \alpha I \\ P - T = a_T m \\ a_t = \alpha r \end{cases} \Rightarrow (P - a_t m)r - M_F = a_t rI \Rightarrow mgr - a_t mr - M_F = a_t rI \Rightarrow a_t = \frac{mgr - M_F}{rI + mr} = \mathbf{0\frac{m}{s^2}}$$

11 - Una polea de 20 cm de radio puede girar sin rozamiento alrededor de un eje fijo horizontal. Sobre dicha polea está arrollada una cuerda inextensible de espesor y masa despreciables. En su extremo libre se cuelga un cuerpo de masa 0,5 kg que desciende 40 cm en 2 segundos, a partir del reposo. Calcular el momento de inercia baricéntrico de la polea.

$$x(t) = \frac{1}{2}a_t t^2 \Rightarrow a_t = \frac{2x(t)}{t^2} = 0.2\frac{m}{s^2}$$

$$I_{DiscoSólido} = \frac{Qr^2}{a_t} - mr^2 = \frac{5N(0.2m)^2}{0.2\frac{m}{s^2}} - 0.5Kg(0.2m)^2 = \mathbf{0.98\ Kgm^2}$$

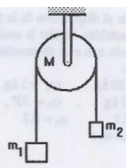
12 - Una polea de 20 cm de radio y 0,8 kgm² de momento de inercia respecto de su eje, gira sin rozamiento alrededor de un eje fijo horizontal. Sobre la polea está arrollada una cuerda inextensible y de masa y espesor despreciables. En su extremo libre cuelga un cuerpo de masa 5 kg.
Si este cuerpo pasa por una determinada posición con velocidad vertical hacia arriba y módulo 2 m/s, calcular la altura máxima, respecto de la posición anterior, a que llegará el cuerpo.



$$a_t = \frac{Q}{\frac{I}{r^2}+m} = \frac{50N}{\frac{0.8\ Kgm^2}{(0.2m)^2}+5Kg} = 2\frac{m}{s} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_t^2 t^2 - v_0 t \\ v(t) = at - v_0 \end{cases} \Rightarrow en\ v(t_{Max}) = 0 \Rightarrow t_{Max} = \frac{v_0}{\boldsymbol{a}} = 1s$$

$$x(1s) = H_{Max} = 1m - 2m = -1m \Rightarrow \mathbf{Subió\ 1\ metro\ más}$$

13 – Una polea cilíndrica de masa 40 kg y de radio 20 cm, puede girar sin rozamiento alrededor de un eje horizontal fijo. En su garganta existe una cuerda inextensible, sin espesor y sin masa, que no resbala sobre la polea.
En sus extremos hay dos cuerpos de masas m_1 = 5 kg y m_2 = 3 kg. Se deja en libertad al sistema. Determinar las aceleraciones de dichos cuerpos.

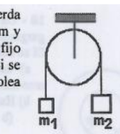


Suponemos aceleración positiva hacia abajo en m1 y momento angular positivo antihorario:

$$\begin{cases} P_1 - T_1 = m_1 a_t \\ T_2 - P_2 = m_2 a_t \\ \sum \tau = (T_1 - T_2)R = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\frac{a_t}{R} \end{cases} \Rightarrow (P_1 - m_1 a_t - P_2 - m_2 a_t)2R^2 = R^2 M a_t \Rightarrow$$

$$a_t = \frac{2P_1 - 2P_2}{M + 2m_1 + 2m_2} = \mathbf{0.71\frac{m}{s^2}}$$

14 – Dos cuerpos de masas m_1 = 1 kg y m_2 = 2 kg están vinculados por una cuerda inextensible, de masa y espesor despreciable, que pasa por una polea de radio 20 cm y momento de inercia respecto del eje 0,88 kgm² que gira alrededor de un eje fijo horizontal. Durante dicho giro existe un momento de fricción constante de 1 Nm. Si se libera el dispositivo en el instante t = 0 hallar el valor de la velocidad angular de la polea en el instante t = 2 s.



Suponemos aceleración positiva hacia abajo en m2 y momento angular positivo horario:

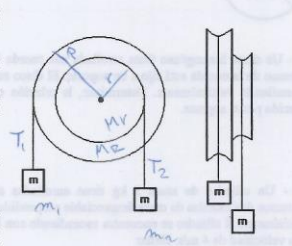
$$\begin{cases} T_1 - P_1 = m_1\alpha R \\ P_2 - T_2 = m_2\alpha R \\ \sum \tau = (T_2 - T_1)R - M_F = I\alpha \end{cases} \Rightarrow (P_2 - m_2\alpha R - P_1 - m_1\alpha R)R - M_F = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{(P_2 - P_1)R - M_F}{m_2R^2 + m_1R^2 + I} = 1\ s^{-2}$$

$$\omega(t) = \alpha t + \omega_0 \Rightarrow \omega(2s) = \alpha 2s = \mathbf{2\ s^{-1}}$$

15 – Dos cilindros homogéneos y macizos de masas iguales a 1 kg, rígidamente unidos, pueden girar alrededor de su eje común, horizontal y fijo.
El radio del cilindro mayor es 40 cm y el del cilindro menor 20 cm.
Cada uno tiene arrollada una soga inextensible y de masa y espesor despreciables en cuyos extremos libres están fijos dos cuerpos iguales de masa 1 kg.

a) Hallar la aceleración angular de las poleas adosadas suponiendo el rozamiento en el eje despreciable.

b) Suponga ahora que se deja el sistema en libertad y se comprueba que uno de los cuerpos descendió 4 m en 2 s. Calcular el módulo del momento que las fuerzas de fricción ejercen sobre el eje de los cilindros.



Supongamos que el sistema se mueve de forma antihoraria, siendo entonces los momentos que giren en ese sentido positivos y la aceleración tangencial positiva en m1 hacia abajo:

a)

$$\begin{cases} P_1 - T_1 = m_1\alpha r_M \\ T_2 - P_2 = m_2\alpha r_m \\ T_1 r_M - T_2 r_M - M_F = I_{SólidoCompuesto}\alpha \\ I_{SólidoCompuesto} = \frac{1}{2}M_M r_M^2 + \frac{1}{2}M_m r_m^2 = 0.1\ Kgm^2 \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{P_1 r_M - P_2 r_m - M_F}{m_1 r_M^2 + m_2 r_m^2 + I_{Sólido}} = \mathbf{6.67\ s^{-2}}$$

b)

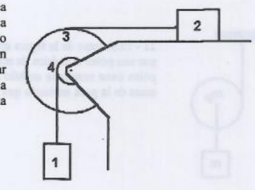
$$y(t) = \frac{1}{2}a_M t^2 \Rightarrow a_M = \frac{y(t)2}{t^2} = 2\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha = \frac{a_M}{r_M} = 5\ s^{-1} \Rightarrow$$

$$M_F = -\alpha(m_1 r_M^2 + m_2 r_m^2 + I_{Sólido}) + P_1 r_M - P_2 r_m = \mathbf{0.5\ Kgm^2}$$

16 – Al descender el cuerpo de masa m_1, hace girar la polea cilíndrica y desplaza hacia la izquierda el cuerpo de masa m_2. El coeficiente de roce cinético entre éste último cuerpo y el plano horizontal es 0,1. Aceptando que las cuerdas son inextensibles, de masas y espesores despreciables, calcular la altura que descendió el cuerpo 1 hasta quedar detenido a partir de la posición para la cual la polea tenía una velocidad angular de 3 s⁻¹.

m_1 = 1kg m_2 = 20 kg

m_3 = 2 m_4 = 60 kg R_3 = 2 R_4 = 0,4 m



Suponemos que la aceleración se contrapone al movimiento en bajada de la m1. Es decir, la aceleración tangencial es positiva hacia derecha de m2 y la angular es contraria al giro antihorario de la polea:

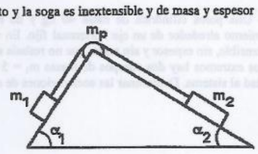
$$\begin{cases} F_R - T_2 = m_2\alpha R_3 \\ T_1 - P_1 = m_1\alpha R_4 \\ \sum \tau = T_2R_3 - T_1R_4 = I\alpha \\ I = \frac{1}{2}M_4R_4^2 + \frac{1}{2}M_3R_3^2 = 5.4\ Kgm^2 \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{m_2 g\mu_c R_3 - m_1 g R_4}{I + R_4^2 m_1 + m_2 R_3^2} = \frac{6Nm}{8.64Kgm^2} = 0.6945\ s^{-2}$$

Si el resultado hubiese sido negativo, deberíamos dar vuelta el sentido de rotación, reajustando el signo de todas las fuerzas y momentos, coincidentes con la dirección de las aceleraciones de todo el sistema.

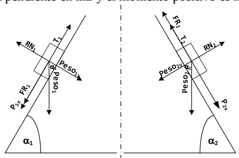
$$\omega(t) = 0 = \alpha t - \omega_0 \Rightarrow t = \frac{\omega_0}{\alpha} = 4.3196s \Rightarrow$$

$$x(4.3196s) = \frac{1}{2}\alpha R_4(4.3196s)^2 - 3s^{-1}R_4(4.3196s) = \mathbf{-1.296\ m\ (descendio\ esa\ altura\ a\ partir\ de\ \omega_0)}$$

17 - En el dispositivo de la figura, la polea no tiene rozamiento y la soga es inextensible y de masa y espesor despreciables. Hallar la aceleración del cuerpo de masa m_2 sabiendo que está descendiendo.
Datos:
m_1 = 10 kg , m_2 = 5 kg ,
m_p=20 kg , α_1 = 53°, α_2 = 37°
μ_1 = 0,1 μ_2 = 0,2
Ip = 0,5 m r²



Vamos a suponer la aceleración hacia el mismo lado donde el sistema se mueve- Por ende, la aceleración tangencial es positiva hacia abajo por la pendiente en m2 y el momento positivo es horario:

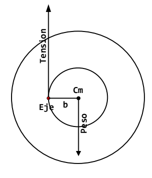


$$\begin{cases} T_1 - P_{1y}\mu_1 - P_{1x} = T_1 - P_1Cos(\alpha_1)\mu_1 - P_1Sin(\alpha_1) = \alpha R_p m_1 \\ P_{2x} - T_2 - P_{2y}\mu_2 = P_2Sin(\alpha_2) - T_2 - P_2Cos(\alpha_2)\mu_2 = \alpha R_p m_2 \\ \sum \tau = (T_2 - T_1)R_p = \alpha I \end{cases} \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{\left(P_2Sin(\alpha_2) - P_2Cos(\alpha_2)\mu_2 - P_1Cos(\alpha_1)\mu_1 - P_1Sin(\alpha_1)\right)R_P}{R_p^2 m_1 + R_p^2 m_2 + \frac{1}{2}m_p R_p^2} = -\frac{63.7773Nm}{25KgR_P} = -\frac{2.56}{R_P}\frac{m}{s^2}$$

$$a_t = \alpha R_p = \mathbf{2.56\frac{m}{s^2}\ (Sentido\ contrario\ al\ Establecido)(se\ está\ frenando)}$$

18 - Un yo-yo consiste en una masa de 100 g que tiene una cuerda enrollada y fija a su garganta como se muestra en la figura. (considerar el radio interior la mitad del exterior).
Si se deja en libertad,
a) determinar el módulo de la aceleración del centro de masa del cilindro en su movimiento descendente
b) Hallar la fuerza realizada por la cuerda
(b = a/2)



La tensión de la cuerda no ofrece momento angular, ya que se da sobre el eje de rotación. Sin embargo rota, esto es por el peso total del yo-yo.

El eje de rotación está desplazado al borde del cogote del yo-yo a b de distancia del Cm.

El desplazamiento del yo-yo si es la composición de todas las fuerzas intervinientes y hace referencia a la Aceleración del Cm

Tenga en cuenta que la Tensión en la Garganta del yoyo no influye en la inercia, si la posición del Eje Instantáneo es la del punto donde se desenrolla:

$$\begin{cases} Peso_{total} - Tension = M_{Total}a_{cm} \\ Peso_{total}b = I_{Yo-Yo}\alpha \\ \alpha = \frac{a_{Cm}}{b} \\ I_{Yo-Yo} = 2M_{Total}b^2 + M_{Total}b^2 \\ M_{Total} = m_1 + m_2 = 0.1\ Kg \end{cases} \Rightarrow 1N\cancel{b^2} = \left(\frac{1}{2}4M_{total} + M_{total}\right)\cancel{b^2}a_{Cm} \Rightarrow a_{Cm} = \frac{1N}{0.3\ Kg} = \mathbf{3.33\frac{m}{s^2}}$$

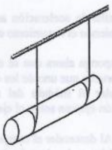
$$Tensión = \mathbf{0.66\ Kg}$$

19 - Un disco homogéneo tiene arrollada una cuerda inextensible de masa y espesor despreciables. El otro extremo de la cuerda está fijo a un soporte. El disco está enrollándose en la cuerda y su centro de masa está ascendiendo verticalmente. Determinar, la relación que existe entre el peso Q del disco y la fuerza F_s ejercida por el soporte.

El dibujo es el del YO-YO

$$\begin{cases} Q - T = Ma_{cm} \\ QR = I_{Disco}\alpha \\ \alpha = \dfrac{a_{Cm}}{R} \\ I_{Yo-Yo} = 2MR^2 + MR^2 \end{cases} \Rightarrow Q\cancel{R^2} = \left(\frac{1}{2}M + M\right)\cancel{R^2}a_{Cm} \Rightarrow \frac{2Q}{3M} = \frac{Q-T}{M} = a_{Cm} \Rightarrow \frac{1}{3}Q = T = F_s \Rightarrow \boldsymbol{\frac{Q}{F_s} = 3}$$

20 - Un cilindro de masa 3 kg tiene enrolladas simétricamente cerca de sus extremos dos cuerdas de masa despreciable suspendidas del techo. Inicialmente el cilindro se encuentra ascendiendo con las dos cuerdas verticales con una velocidad de 4 m/s. Hallar
a) la máxima altura que alcanzará el cilindro.
b) la fuerza que realiza cada cuerda.



a)

$$\begin{cases} P - 2T = Ma_{cm} \\ PR = I_{Cilindro}\alpha \\ \alpha = \dfrac{a_{Cm}}{R} \\ I_{Cilindro} = \dfrac{1}{2}MR^2 + MR^2 \end{cases} \Rightarrow \cancel{M}g = \frac{3}{2}\cancel{M}a_{Cm} \Rightarrow a_{Cm} = \frac{20}{3}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = -\dfrac{1}{2}at^2 + 4t \\ v(t) = -at + 4 \end{cases} \Rightarrow v(t_{Max}) = 0 = -\frac{20}{3}t + 4 \Rightarrow$$

$$t = 0.6s \Rightarrow H_{Max} = x(0.6s) = \boldsymbol{1.2m}$$

a)

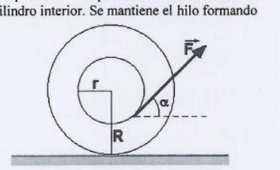
$$T = \frac{P - Ma_{cm}}{2} = \boldsymbol{5N}$$

21 - El sistema de la figura que inicialmente se encuentra en reposo, está constituido por una polea cilíndrica de masa 6 kg y una pesa suspendida del eje de la polea. Si la polea tiene enrollado un hilo ideal cuyo extremo libre está unido al techo calcular la masa de la pesa sabiendo que su aceleración es 8 m/s².

$$\begin{cases} P_P + T_m - T_P = m_P a_{cm} \\ P_P R_P + T_m R_P = I_P \alpha \\ \alpha = \dfrac{a_{Cm}}{R_P} \\ I_P = \dfrac{1}{2}m_p R^2 + m_p R^2 \\ P_m - T_m = ma_{Cm} \end{cases} \Rightarrow P_P\cancel{R_P^2} + T_m\cancel{R_P^2} = \frac{3}{2}m_P a_{Cm} \Rightarrow T_m = \frac{3}{2}m_P a_{Cm} - P_P = 12N \Rightarrow$$

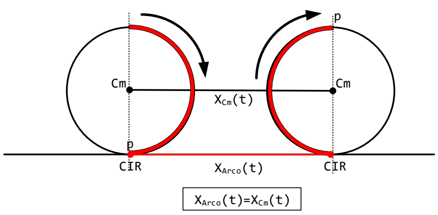
$$mg - T_m = ma_{Cm} \Rightarrow m = \frac{T_m}{g - a_{Cm}} = \boldsymbol{6\ Kg}$$

22 – Un yo–yo de radio interior r y radio exterior R se halla en reposo sobre un piso con rozamiento. Se tira de él con una fuerza F mediante un hilo enrollado en torno al cilindro interior. Se mantiene el hilo formando un ángulo α con la horizontal. Se observa que existe un ángulo α_C tal que para $\alpha < \alpha_C$ el carrete rueda sin deslizar en el sentido del cual se tira y para $\alpha > \alpha_C$ el yo–yo rueda sin deslizar en sentido contrario.
a) ¿Cuál es el valor del ángulo crítico α_C?. ¿Cómo se podría calcular en forma sencilla?.
b) Discutir el sentido de la fuerza de rozamiento en cada caso. Hallar su módulo.
c) Existe algún caso en que se anula la fuerza de rozamiento?



Cuando hablamos que el cilindro **rueda sin deslizar,** nos referimos a que el punto de contacto con el plano, es siempre el mismo punto y se denomina Centro Instantáneo de Rotación (CIR). Esta situación hace que el Cm del cilindro recorra la misma distancia que el arco del punto de rotación en ese movimiento.

RUEDA SIN DESLIZAR



$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta(t)R = x_{Cm}(t)} \\ \boldsymbol{v_{Cm} = \omega R} \\ \boldsymbol{a_{Cm} = \alpha R} \end{cases}$$

Además, produce que el (CIR) se encuentre quieto en cada instante, ya que el movimiento es una composición de traslación del Cm y una rotación entorno a él, y como rueda sin deslizar:

$$\boldsymbol{v_{CIR} = \omega R + v_{Cm} = -v_{Cm} + v_{Cm} = 0}$$

Analicemos el movimiento desde el Cm:

$$\begin{cases} F_x - F_R = M_{Yo-Yo}a_{cm} \\ F_R R - Fr = I_{Yo-Yo}\alpha \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} FCos(\theta) - M_{Yo-Yo}\alpha R = F_R \\ F_R R - Fr = I_{Yo-yo}\alpha \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow$$

$$(FCos(\theta) - M_{Yo-Yo}\alpha R)R - Fr = I_{Yo-Yo}\alpha$$

$$FCos(\theta)R - M_{Yo-Yo}\alpha R^2 - Fr = I_{Yo-Yo}\alpha$$

$$FR\left(Cos(\alpha_C) - \frac{r}{R}\right) = I_{Yo-Yo}\alpha \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{Si}\begin{cases} \boldsymbol{Cos(\alpha_C) = \dfrac{r}{R} \Rightarrow \omega_C = K(Constante)(F\ Pasa\ Por\ el\ CIR\ )} \\ \boldsymbol{Si\ \theta < \alpha_C \Rightarrow a_{Cm} > 0} \\ \boldsymbol{Si\ \theta > \alpha_C \Rightarrow a_{Cm} < 0} \end{cases}$$

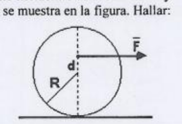
23 – Para el yo–yo del problema anterior, suponga que la superficie de contacto con el piso no presenta rozamiento. Hallar, para esta situación la aceleración angular y la aceleración lineal.
Datos:
F = 2 N m = 0,5 kg , α = 37º , r = 0,1 m , R = 0,2 m

Esto implica que no hay rodadura, ya que la fuerza de roce no genera el torque necesario para igualar el movimiento del Cm con el arco del Angulo de giro

$$\begin{cases} F_x = M_{Yo-Yo}a_{cm} \\ Fr = I_{Yo-Yo}\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1.6N = 0.5Kg\,a_{cm} \\ 0.2 = 0.01\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{a_{Cm} = 3.2\dfrac{m}{s^2}} \\ \boldsymbol{\alpha = 20s^{-1}} \end{cases} \Rightarrow \alpha R \neq a_{Cm}$$

24 – Sobre un cilindro de masa m y radio R se encuentra apoyado en un plano horizontal con rozamiento y actúa una fuerza horizontal F a una distancia d sobre el centro de masa, como se muestra en la figura. Hallar:
a) la aceleración del centro de masa del cilindro para d = 2 cm.
b) para que valor de d, se anula la fuerza de rozamiento.
c) el valor de la fuerza de rozamiento si d = R
d) si d = R , para que valor de F el cilindro comenzará a rodar y deslizar
Datos: m = 3 kg R = 0,1 m F = 15 N μ_e = 0,4
(POR PUNTO d) SE ASUME QUE RUEDA)



a)

Tener en cuenta que como Gira la Fuerza de roce NO actúa de la misma manera que cuando se arrastra en contacto con la superficie:

$$\begin{cases} F - F_R = m_{Disco}a_{Cm} \\ F_R R + Fd = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{R} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} RF - F_R R = m_{Disco}a_{Cm}R \\ F_R R + Fd = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{R} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow FR + Fd = a_{Cm}\left(\frac{1}{2}m_{Disco}R + m_{Disco}R\right) \Rightarrow$$

$$a_{Cm} = \frac{FR + Fd}{\frac{3}{2}m_{Disco}R} = \boldsymbol{4\frac{m}{s^2}}$$

b)

Consiste en analizar el caso con la Fuerza de rozamiento Nula y en rodadura:

$$\begin{cases} F = m_{Disco}a_{Cm} \\ Fd = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{d} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = m_{Disco}a_{Cm} \\ Fd = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{d} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow a_{Cm} = \frac{F}{m} = 5\frac{m}{s^2} \Rightarrow d = \frac{\frac{1}{2}mRa_{Cm}}{F} = 0.05m = \boldsymbol{5\ Cm}$$

c)

$$\begin{cases} F - F_R = m_{Disco}a_{Cm} \\ F_R R + FR = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{R} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2}R(F - F_R) = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{R} \\ F_R R + FR = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{R} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}RF - \frac{1}{2}F_R R = F_R R + FR \Rightarrow$$

$$F_R = -\frac{1}{3}F = \boldsymbol{5N\ (Sentido\ contrario\ al\ Supuesto)}$$

d)

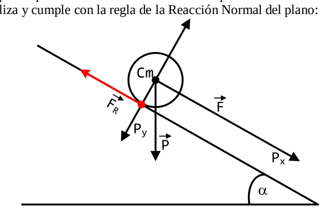
Si Rueda deslizando, entonces la fuerza de roce cumple el principio de Contacto con el plano de la reacción normal del móvil:

$$\begin{cases} F - F_R = m_{Disco}a_{Cm} \\ F_R R + FR = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{R} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2}R(F - P_{Disco}\mu_c) = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{R} \\ F_R R + FR = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{R} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}RF - \frac{1}{2}F_R R = F_R R + FR \Rightarrow$$

$$-3P_m\mu_C = F = \boldsymbol{36N\ (Sentido\ contrario\ de\ F_R\ al\ Supuesto)}$$

25 – Se deja caer un cilindro de masa m rodando sobre un plano inclinado. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre el cilindro y el plano es de 0,5, hallar el ángulo máximo que puede tener el mismo sin que el cilindro deslice sobre el plano.

Debemos suponer que está rodando sin deslizar hasta pasar el umbral de la fuerza de roce estático, por lo tanto, en su máximo valor desliza y cumple con la regla de la Reacción Normal del plano:



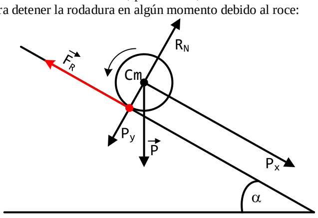
$$\begin{cases} P_x - F_R = m_{Disco}a_{Cm} \\ F_R R = \dfrac{I_{Disco}a_{Cm}}{R} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} PSin(\alpha_C) - \mu_e PCos(\alpha_c) = ma_{Cm} \\ \mu_e PCos(\alpha_c) = \dfrac{1}{2}ma_{Cm} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cancel{m_{Disco}g}Sin(\alpha_C) - \mu_e\cancel{m_{Disco}g}Cos(\alpha_C) = 2\mu_e\cancel{m_{Disco}g}Cos(\alpha_C)$$

$$\frac{Sin(\alpha_C)}{Cos(\alpha_C)} = Tg(\alpha_C) = 3\mu_e \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_C = 56.3º}$$

26 – Una esfera maciza tiene una velocidad inicial de módulo 4 m/s cuando empieza a subir por un plano inclinado rodando sin resbalar. A qué altura llega por encima de su nivel de partida antes de detenerse?
$I_{CM} = 2/5\ mr^2$

Recuerden que la Esfera sube rodando, por lo tanto, debe existir una fuerza que genere torque en el sentido contrario al que sube para detener la rodadura en algún momento debido al roce:



Tener en cuenta que RUEDA SIN DESLIZAR:
Variables de Rodadura no Deslizantes con Respecto al Cm:

$$\begin{cases} P_x - F_R = m_{EsferaM}a_{Cm} \\ F_R R = \dfrac{I_{EsferaM}a_{Cm}}{R} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} PSin(\alpha)R - F_R R = m_{EsferaM}a_{Cm}R \\ F_R R = \dfrac{I_{EsferaM}a_{Cm}}{R} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow a_{Cm} = \frac{5gSin(\alpha)}{7}$$

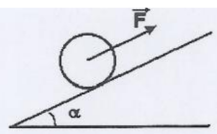
Variables cinemáticas del Cm:

$$\begin{cases} x(t) = -\dfrac{1}{2}a_{Cm}t^2 + v_0 t \\ v(t) = -a_{Cm}t + v_0 \\ Sin(\alpha) = \dfrac{h}{x(t_{Max})} \end{cases} \Rightarrow v(t_{Max}) = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{a_{Cm}}$$

$$x(t_{Max}) = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a_{Cm}} + \frac{v_0^2}{a_{Cm}} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a_{Cm}} \Rightarrow Sin(\alpha) = \frac{h2a_{Cm}}{v_0^2}$$

$$a_{Cm} = \frac{5gh2a_{Cm}}{7v_0^2} \Rightarrow h = \frac{7v_0^2}{10g} = \boldsymbol{1.12\ m}$$

27 – Se tira de un cilindro de masa 2 kg que se encuentra sobre un plano inclinado con rozamiento por medio de una cuerda con una fuerza F como indica la figura. Hallar los valores de F y de la fuerza de rozamiento sabiendo que el cilindro asciende rodando sin resbalar con una aceleración de 2 m/s².
α = 37º

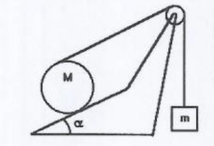


En este caso como sube rodando, implica que la aceleración se da en el sentido que sube debido a la tensión de la cuerda (además aclara la positividad hacia arriba) y la que lo hace rodar hacia arriba (en sentido Horario) es el torque de la fuerza de roce hacia abajo de la pendiente.

$$\begin{cases} F - P_x - F_R = ma_{Cm} \\ F_R R = \dfrac{1}{2}mRa_{Cm} \\ a_{Cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow F - PSen(\alpha) = \frac{3}{2}ma_{Cm} \Rightarrow$$

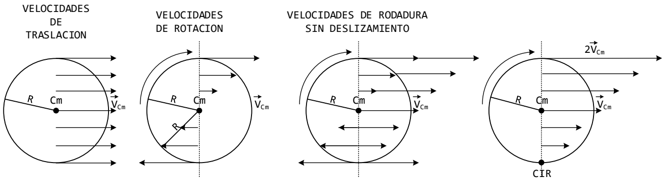
$$\boldsymbol{F = 18N \wedge F_R = 2N}$$

28 – Un cilindro de peso 10 N tiene enrollada una cinta delgada que pasa por una polea de masa despreciable y en cuyo extremo está fijo un cuerpo de peso 20 N.
Si α = 30° y el cilindro está subiendo por el plano inclinado sin resbalar, hallar:
a) la aceleración del centro de masa del cilindro y del cuerpo.
b) el valor de la fuerza de rozamiento.
c) La intensidad de la fuerza que soporta la cuerda



a)

Teniendo en cuenta que en la rodadura hay Movimiento de Traslación respecto a su Centro de Masa, y una rotación pura en torno a él, podemos analizar el movimiento como una composición de ambos quedando como una rotación PURA en torno a un punto denominado CIR (Centro Instantáneo de Rotación):



Por lo tanto, si instantáneamente es la periferia de un sólido que gira, desde la parte superior, tenemos que es el doble de la Velocidad del Cm:

$$2v_{Cm} = v_P \Rightarrow \frac{2dv_{Cm}}{dt} = \frac{dv_P}{dt} \Rightarrow 2a_{Cm} = a_m$$

Por Rodadura sin Deslizamiento y Cinemática cumple que la fuerza de roce se opone al movimiento ascendente:

$$\begin{cases} T - P_x + F_R = m_{Cil}a_{Cm} \\ TR - F_RR = \dfrac{I_{Cil}a_{Cm}}{R} \\ a_{Cm} = \alpha R \\ P_m - T = m2a_{Cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T - P_x + F_R = m_{Cil}a_{Cm} \\ T - F_R = \dfrac{1}{2}m_{Cil}a_{Cm} \\ a_{Cm} = \alpha R \\ T = P_m - 2ma_{Cm} \end{cases} \Rightarrow$$

$$2T - PSin(\alpha) = \frac{3}{2}m_{Cil}a_{Cm}$$

$$2(P_m - 2ma_{Cm}) - PSin(\alpha) = \frac{3}{2}m_{Cil}a_{Cm} \Rightarrow a_{Cm} = a_{Cm} = \frac{2P_n - P_{Cil}Sin(\alpha)}{\frac{3}{2}m_{Cil} + 4m} = \boldsymbol{3.68\frac{m}{s^2}}$$

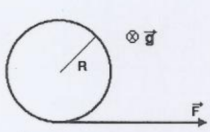
b)

$$-P_x + 2F_R = \frac{1}{2}m_{Cil}a_{Cm} \Rightarrow F_R = \boldsymbol{3.42N}$$

c)

$$T = P_x - F_R + m_{cil}a_{Cm} \Rightarrow T = \boldsymbol{5.26N}$$

29 – Sobre una superficie horizontal sin rozamiento, se tira con una fuerza F un cilindro de radio R y masa m. Se aplica la fuerza mediante un hilo arrollado en torno al cilindro, partiendo del reposo. Determinar la posición y velocidad angular t segundos después.

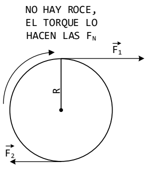


$$\begin{cases} F = ma_{Cm} \\ FR = I_{Cm}\alpha \end{cases} \Rightarrow \omega(t) = \alpha t = \boldsymbol{\frac{FRt}{I_{Cm}}}$$

$$x(t) = \frac{1}{2}a_{Cm}t^2 \text{ y } \frac{F}{m} = a_{Cm} \Rightarrow x(t) = \boldsymbol{\frac{Ft^2}{2m}}$$

30 – Un disco homogéneo de 100 kg y 0,5 m de radio se coloca plano sobre el hielo . Dos patinadores arrollan cuerdas alrededor del disco en el mismo sentido. Cada uno de ellos tira de su cuerda y patina alejándose de modo que ejercen fuerzas de 30 N y 20 N en la misma dirección y sentido contrario. Expresar:
a) la velocidad y posición del centro de masa
b) la velocidad angular en función del tiempo.

Al decirnos que lo enrolla en la misma dirección y sentido opuesto, nos indica que cada una de esas Fuerzas o Tensiones se encuentran aplicadas en la periferia opuesta una de la otra del cilindro, en sentidos contrarios, determinando el siguiente esquema:



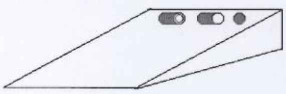
$$\begin{cases} F_1 - F_2 = ma_{Cm} \\ F_1R + F_2R = I\alpha \end{cases} \Rightarrow a_{Cm} = \frac{F_1 - F_2}{m} = 0.1\frac{m}{s^2} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{v(t) = 0.1\,t} \\ \boldsymbol{x(t) = 0.05t^2} \end{cases}$$

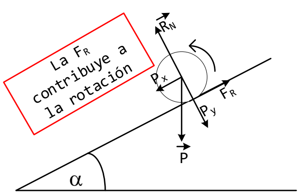
$$\alpha = \frac{(F_1 + F_2)R}{I} = 2\ s^{-1} \Rightarrow \boldsymbol{\omega(t) = 2t}$$

31 – Una rampa de 2 m de longitud, se ajusta a un ángulo de 5° con la horizontal. Inicialmente se encuentra en la parte superior un cilindro macizo de radio R y masa m, una esfera maciza de radio R y masa m, y un tubo de paredes delgadas de radio R y masa m.
Se sueltan simultáneamente y ruedan sin resbalar. Hallar,
a) las aceleraciones de cada cuerpo,
b) cuánto tiempo tarda en llegar cada uno a la base de la rampa
c) repetir a) y b) para una partícula que desliza por un plano inclinado sin rozamiento y con la misma pendiente. Comparar con los valores anteriores.

Icil hueco= MR^2
Icil macizo=1/2 MR^2
Iesfera= 2/5 MR^2



Si bien no aclara que hay rozamiento, de la única manera que ruede sin deslizar es gracias a la fuerza de roce, determinando el siguiente esquema de Cuerpo Libre:



$$\begin{cases} P_x - F_R = ma_{Cm} \\ F_RR = I_{Sol}\alpha \\ a_{cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_x - F_R = ma_{Cm} \\ F_R = km\alpha_{Cm} \\ a_{cm} = \alpha R \end{cases} \Rightarrow$$

$$P_x = (ma + km)a_{Cm} \Rightarrow a_{Cm} = \frac{\mathrm{gSin}(\alpha)}{k + 1} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a_{Tubo} = \dfrac{gSin(\alpha)}{2} = \boldsymbol{0.436\frac{m}{s^2}} \\ a_{Cil} = \dfrac{2gSin(\alpha)}{3} = \boldsymbol{0.581\frac{m}{s^2}} \\ a_{esfera} = \dfrac{5Sin(\alpha)}{7} = \boldsymbol{0.623\frac{m}{s^2}} \end{cases}$$

a)

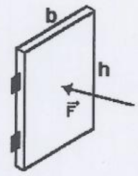
Si bien no aclara que hay rozamiento, de la única manera que ruede sin deslizar es gracias a la fuerza de roce, determinando el siguiente esquema de Cuerpo Libre:

$$x(t) = \frac{1}{2}a_{Cm}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{x(t)2}{a_{Cm}}} \Rightarrow \begin{cases} t_{Tubo} = \boldsymbol{3.03s} \\ t_{Cil} = \boldsymbol{2.62s} \\ t_{Esfera} = \boldsymbol{2.53s} \end{cases}$$

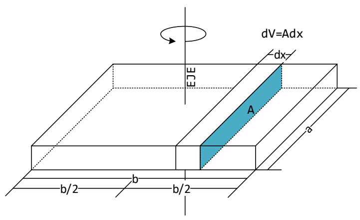
Si desliza cae como si lo hiciera un Punto material, TENER EN CUENTA QUE NO HAY FUERZA DE ROCE:

$$P_X = ma_{Cm} \Rightarrow a_{Cm} = gSin(\alpha) = \boldsymbol{0.872\frac{m}{s^2}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{x(t)2}{a_{Cm}}} = \boldsymbol{2.14s}$$

32 – Una puerta uniforme tiene una altura h, un ancho b y una masa m,
a) determinar el momento de inercia alrededor de un eje que pasa por sus bisagras.
b) calcular el módulo de la aceleración angular de la puerta en un instante en que el viento sopla perpendicularmente a ella con presión p (N/m²)



¡¡¡OJO CON CONFUNDIR EL EJE DE ROTACION!!!
Si lo hacemos rotando la figura desde el centro obtenemos el siguiente Esquema:



Podemos conseguir la Inercia de la placa delgada como la contribución de cada dI de varilla Baricéntrica corrida en x:

$$dI_{VarBar} = \frac{1}{12}a^2dm + x^2dm$$

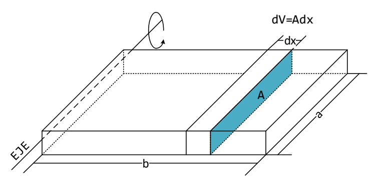
$$dI_{VarBar} = \frac{1}{12}a^2\delta Adx + x^2\delta Adx$$

$$I_{Placa} = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{1}{12}a^2\frac{m}{bA}\,Adx + x^2\frac{m}{bA}\,Adx =$$

$$\frac{1}{12}\frac{ma^2}{b}x + \frac{m}{b}\frac{x^3}{3}\bigg|_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} = \frac{1}{12}ma^2 + 2\frac{m}{b}\frac{b^3}{8} =$$

$$\boldsymbol{\frac{1}{12}m(a^2 + b^2)}$$

Sin embargo, este no es el eje que necesitamos, porque el que necesitamos pasa por el borde de la placa determinando el siguiente esquema:



En este esquema los diferenciales de varilla no son baricéntricos:

$$I = \int_{x_1}^{x_2} x^2\delta A(x)dx = \int_0^b x^2\frac{m}{bA}\,Adx = \boldsymbol{\frac{b^2m}{3}}$$