

Clase 5

Carga eléctrica. Ley de Coulomb. Campo eléctrico.

Manuel Carlevaro

Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Buenos Aires

Física II
Z-2071
Curso 2010

Esta presentación fue preparada con L^AT_EX y herramientas de software libre en Debian GNU/Linux.



Derecho de autor 2008 – 2010 Manuel Carlevaro
Algunos derechos reservados.
Usted es libre de copiar, distribuir y comunicar públicamente esta obra
y hacer obras derivadas bajo las condiciones de la licencia:
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/ar>



Esquema

- 1 Historia
- 2 Carga eléctrica
- 3 Ley de Coulomb
- 4 Principio de superposición
 - Conjunto discreto de cargas
 - Distribución continua de cargas
- 5 Campo eléctrico
- 6 Cálculo de campos eléctricos
 - Anillo uniformemente cargado
 - Línea cargada
 - Disco con carga uniforme



Historia

Historia antigua:

- 600 A.C. – Grecia Clásica
 - ▶ Ámbar ($\epsilon\lambda\epsilon\chi\tau\rho\omicron\nu$ = electrón) frotado con lana atrae pequeños objetos
 - ▶ Rocas ricas en hierro de $M\alpha\gamma\nu\epsilon\sigma\iota\alpha$ (Magnesia) atraen hierro
- 1730 – C. F. du Fay: dos tipos de cargas
 - ▶ Positiva y negativa
- 1776-1786 – Priestley/Cavendish/Coulomb
 - ▶ Interacciones EM inversamente proporcional al cuadrado de la distancia: $F_{EM} \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$
 - ▶ Precisión actual mejor que $2/10^9$
- 1800 Volta
 - ▶ Invención de la batería eléctrica

Hasta aquí la electricidad y el magnetismo están desconectados



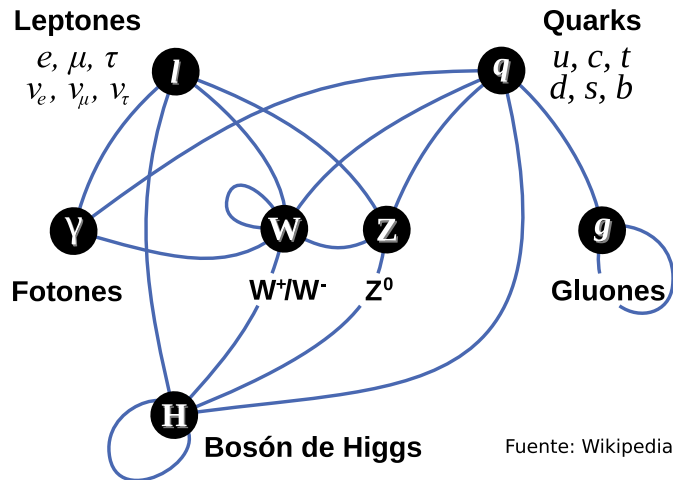
Historia

Historia más cercana:

- 1820 – Oersted/Ampere
 - ▶ Establecieron la primer conexión entre electricidad y magnetismo
- 1830/35 – Faraday/Gauss
 - ▶ Descubrimiento de la inducción magnética
 - ▶ Ley de Gauss
- 1873 – Maxwell
 - ▶ Ecuaciones de Maxwell. Nacimiento del electromagnetismo moderno
- 1887 – Hertz
 - ▶ Estableció la conexión entre EM y radiación
- 1905 – Einstein
 - ▶ Realiza la conexión entre la electricidad y el magnetismo de un modo natural a través de la teoría especial de la relatividad



Modelo estándar de física de partículas:

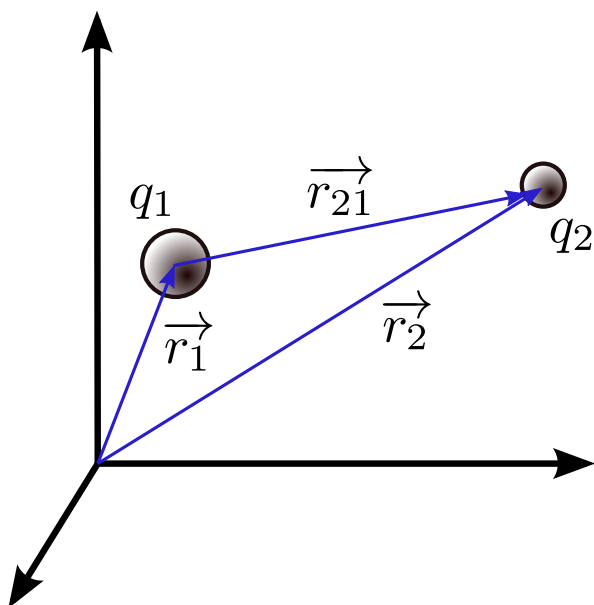


Interacción	Mediador	Intensidad relativa	Rango (m)
Fuerte	Gluón	10^{37}	10^{-15}
Electromagnética	Fotón	10^{35}	Infinita
Débil	$W^{+/-}, Z^0$	10^{24}	10^{-17}
Gravedad	¿Gravitón?	1	Infinita

Carga eléctrica

- La fuerza EM actúa sobre cargas
 - ▶ Dos tipos de carga: positiva y negativa [video]
 - ★ Positiva: se obtiene frotando vidrio con seda
 - ★ Negativa: se obtiene frotando plástico con piel
- La carga eléctrica está cuantizada
 - ▶ Múltiplos de e (carga elemental)
 - ★ $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C (SI)}$
 - ★ $Q_{\text{electrón}} = -e, Q_{\text{protón}} = +e$
- La carga eléctrica se conserva
 - ▶ En todo sistema aislado, la carga total permanece constante

Ley de Coulomb



$$\vec{F}_2 = k \frac{q_1 q_2}{|r_{21}|^2} \hat{r}_{21}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,988 \times 10^9 \text{ N C}^{-2} \text{ m}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

ϵ_0 : permitividad del espacio libre

Donde:

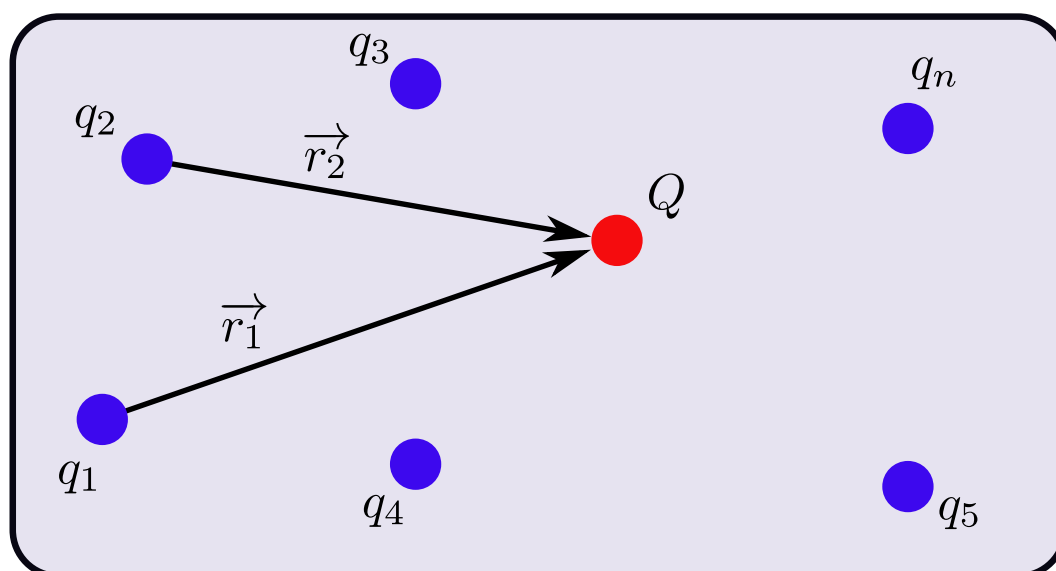
- $\vec{F}_2$ es la fuerza que q_2 experimenta debido a q_1
- $\hat{r}_{21}$ es el versor que va desde q_1 a q_2

Consecuencias:

- Tercera Ley de Newton:
 $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$
- Signos iguales se repelen, signos distintos se atraen



Principio de superposición: cargas discretas



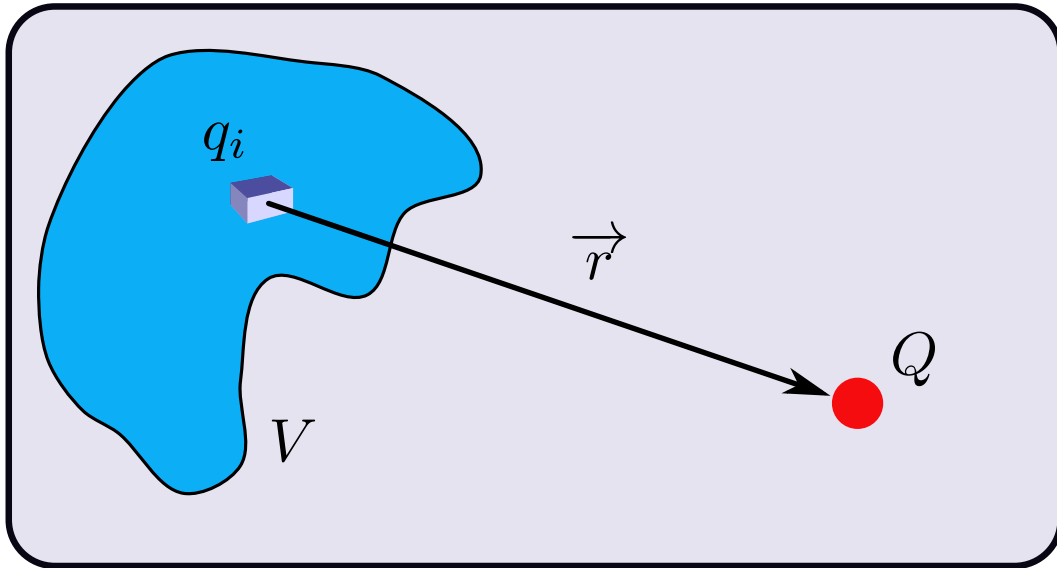
La fuerza sobre la carga Q debido a todas las demás cargas es igual a la suma vectorial de las fuerzas creadas por las cargas individuales:

$$\vec{F}_Q = k \frac{q_1 Q}{|r_1|^2} \hat{r}_1 + k \frac{q_2 Q}{|r_2|^2} \hat{r}_2 + \dots + k \frac{q_n Q}{|r_n|^2} \hat{r}_n = \sum_{i=1}^n k \frac{q_i Q}{|r_i|^2} \hat{r}_i$$



Distribución continua de cargas

Distribución continua: $q_i \rightarrow dq$ y $\sum \rightarrow \int$



$$\vec{F}_Q = \sum_{i=1}^n k \frac{q_i Q}{|r_i|^2} \hat{r}_i \rightarrow \int_V k \frac{dq Q}{|r|^2} \hat{r} = \int_V k \frac{\rho dV Q}{|r|^2} \hat{r}$$

$dq = \rho dV$, ρ : densidad volumétrica de carga



Distribuciones continuas según dimensión

- Cargas distribuidas en un volumen V:

$$\vec{F}_Q = \int_V k \frac{\rho Q dV}{|r|^2} \hat{r}$$

- Cargas distribuidas en una superficie S:

$$\vec{F}_Q = \int_S k \frac{\sigma Q dS}{|r|^2} \hat{r}$$

- Cargas distribuidas en una línea L:

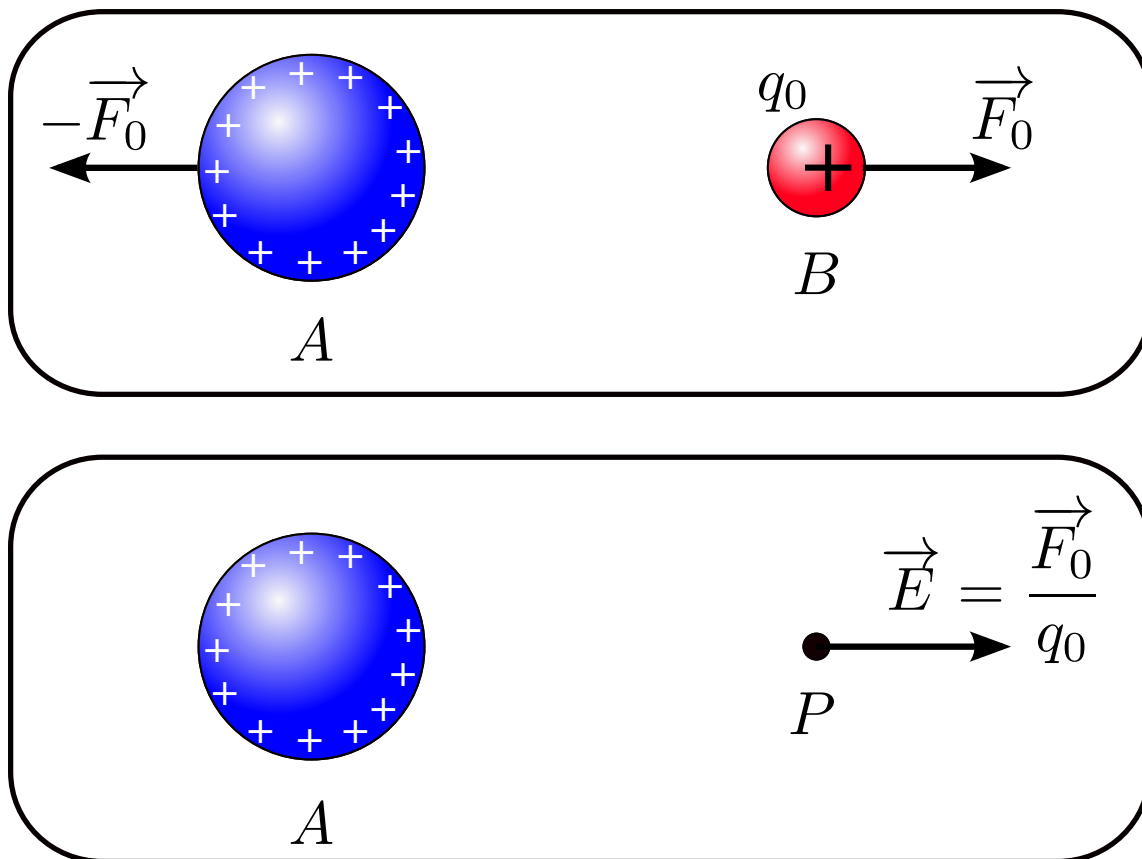
$$\vec{F}_Q = \int_L k \frac{\lambda Q dL}{|r|^2} \hat{r}$$

Donde:

- ρ = densidad volumétrica de carga (C/m³)
- σ = densidad superficial de carga (C/m²)
- λ = densidad lineal de carga (C/m¹)



Campo eléctrico



Campo eléctrico

Principio de superposición

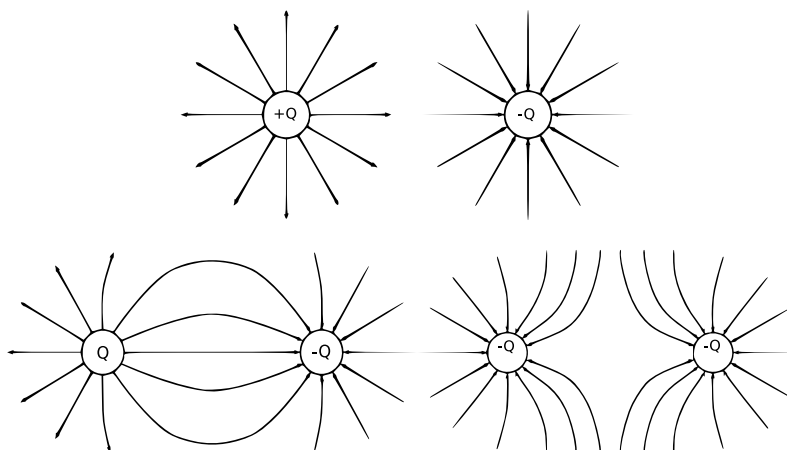
Para cargas puntuales:

$$\vec{F}_0 = \sum \vec{F}_i = \sum q_0 \vec{E}_i$$

El campo eléctrico total:

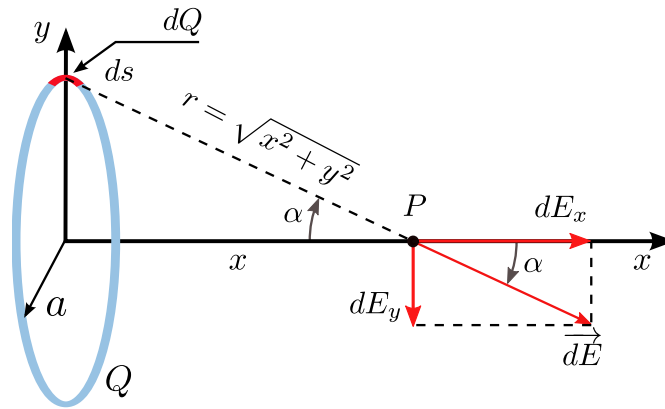
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \sum \vec{E}_i$$

Líneas de campo eléctrico



Ver: <http://www.physics-lab.net/applets/electric-fields> [video-1] [video-2]

Cálculo de campo eléctrico: anillo cargado



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{x^2 + a^2}$$

$$dE_x = dE \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{x^2 + a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

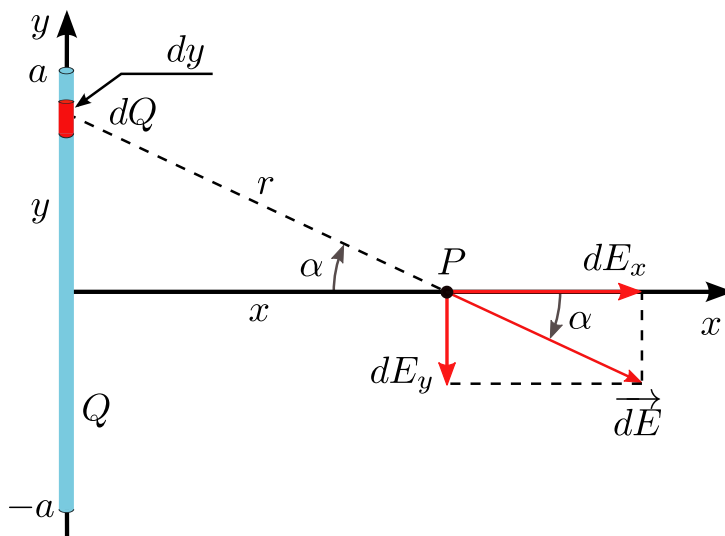
$$\vec{E} = E_x \hat{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{i}$$

Si $x \gg a$:

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2}$$



Cálculo de campo eléctrico: línea cargada



$$dq = \lambda dy = \frac{Q dy}{2a}$$

$$dE = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dy}{2a(x^2 + y^2)}$$

$$dE_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dy}{2a(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$dE_y = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{y dy}{2a(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

Casos límites:

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{2a} \int_{-a}^a \frac{dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

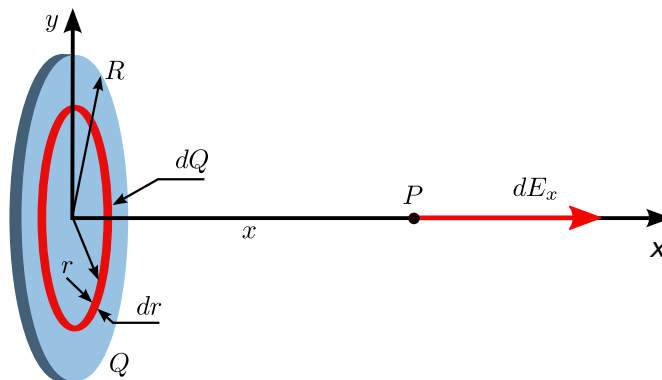
$$E_y = 0$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2}, \quad (x \gg a)$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \hat{i}, \quad (a \rightarrow \infty)$$



Cálculo de campo eléctrico: disco con carga uniforme



$$\begin{aligned}dQ &= 2\pi\sigma r dr \\dE_x &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2\pi\sigma r dr)x}{(x^2 + r^2)^{3/2}} \\E_x &= \int_0^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2\pi\sigma r dr)x}{(x^2 + r^2)^{3/2}} \\&= \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_x &= \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} + \frac{1}{x} \right] \\&= \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{(R^2/x^2) + 1}} \right]\end{aligned}$$

Cuando $R \gg x$:

$$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



Problemas y lecturas sugeridas

Problemas:

- **BF1CP10:** Problemas 1 – 35

Lecturas sugeridas:



F.W. Sears, M.W. Zemansky, H.D. Young y R.A. Freedman
Física Universitaria, parte 2
Pearson Educación, México, 2005.
Capítulo 21



P. Tipler y G. Mosca
Física para la Ciencia y la Tecnología, Vol. 2
Editorial Reverté S. A., Barcelona, 2005.
Capítulos 21 y 22.



F. W. Sears y M. W. Zemansky
Física General
Aguilar S. A. de Ediciones, Madrid, 1975.
Capítulos 24 y 25

