

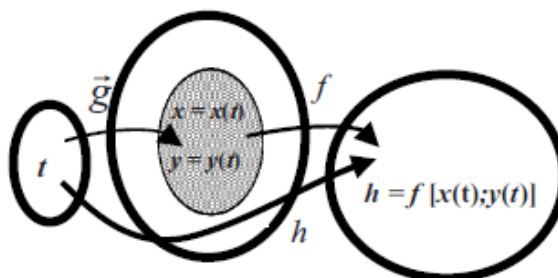
FUNCIONES COMPUESTAS

a) de una variable independiente – entre un campo escalar y una función vectorial

Consideramos un campo escalar $z = f(x; y)$ y una función vectorial $\vec{g}(t) = [x(t); y(t)]$, a través de la cual x y y son funciones escalares de otra variable t , con $Im\ x(t)$ y $Im\ y(t) \subseteq Dom\ z$.

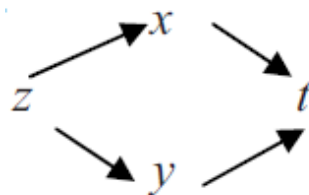
Calculamos la función compuesta h .

$$z = h(t) = (f \circ \vec{g})(t) = f[\vec{g}(t)]$$



Si reemplazamos se obtiene h en función de t : $h(t) = f[x(t); y(t)]$. Se dice que z es función compuesta de t a través de x y y .

Esta situación se puede expresar a través de la siguiente *red de variables*:

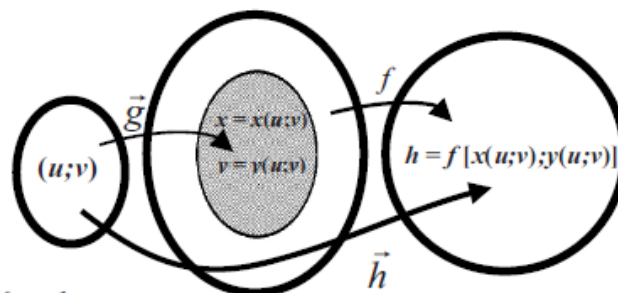


b) de dos variables independientes – entre un campo escalar y un campo vectorial

Consideramos un campo escalar $z = f(x; y)$ y un campo vectorial $\vec{g}(u; v) = [x(u; v); y(u; v)]$, a través del cual x y y son campos escalares de las variables u y v , con $Im\ x(u; v)$ y $Im\ y(u; v) \subseteq Dom\ z$.

Calculamos la función compuesta h .

$$z = h(u; v) = (f \circ \vec{g})(u; v) = f[\vec{g}(u; v)]$$



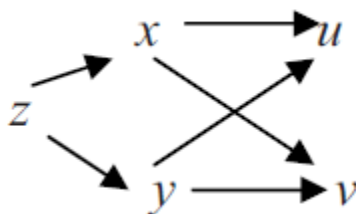
Si reemplazamos se obtiene h en función de u y v :

DERIVADAS DE FUNCIONES COMPUESTAS

$$z = h(u;v) = f[x(u;v); y(u;v)]$$

Se dice que z es función compuesta de u y v a través de x e y .

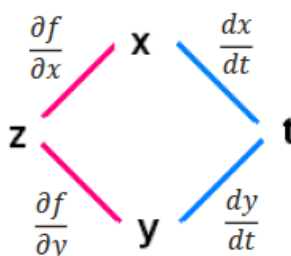
Esta situación se puede expresar a través de la siguiente *red de variables*:



DERIVADAS DE UNA FUNCIÓN COMPUESTA

1. PRIMER CASO: con una variable independiente.

Si $z = f(x; y)$ es una función derivable de x e y , donde $x = g(t)$ e $y = \omega(t)$, son funciones diferenciables de t . Entonces z es una función derivable de t :



$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$$

La función $z = f(x; y)$ es una función compuesta de la variable independiente t , y las variables x e y son variables intermedias.

DERIVADAS DE FUNCIONES COMPUESTAS

EJEMPLO 1

$$z = u^2 + v^3 \begin{cases} u = t + 1 \\ v = e^t \\ \text{para } t = 0 \end{cases}$$

Este ejercicio corresponde a un ejemplo del caso 1: tenemos una única variable independiente (t) y dos variables intermedias (u,v).

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt} = 2u \cdot 1 + 3v^2 \cdot e^t$$

Reemplazando u y v por t:

$$\frac{dz}{dt} = 2(t + 1) + 3e^{2t} \cdot e^t = 2(t + 1) + 3e^{3t}$$

Para t=0:

$$\frac{dz}{dt} = 2 + 3$$

$$\frac{dz}{dt} = 5$$

2. SEGUNDO CASO: con dos variables independientes.

Si $z = f(x; y)$ es una función derivable de x e y, donde $x = h(u; v)$ e $y = g(u; v)$, son funciones derivables de u y v. Entonces:

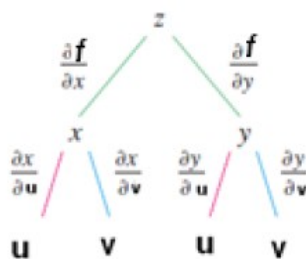


Diagrama de Árbol

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial u}$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial v}$$

Se tendrá una derivada de la función compuesta por cada variable independiente (u y v). Las variables x e y son variables intermedias.

EJEMPLO 2

Calcular las derivadas de las siguientes funciones compuestas:

$$z = x \cos(2y) \begin{cases} x = uv \\ y = u^2 \operatorname{sen} v \end{cases}$$

En este caso tenemos dos variables intermedias (x e y) y dos variables independientes (u, v) por lo que es un caso 2:

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial u}$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \cos(2y) \cdot v - 2x \operatorname{sen}(2y) \cdot 2u \operatorname{sen}(v)$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = v \cdot \cos(2y) - 4ux \cdot \operatorname{sen}(2y) \cdot \operatorname{sen}(v)$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = v \cdot \cos(2u^2 \operatorname{sen} v) - 4u^2 v \cdot \operatorname{sen}(2u^2 \operatorname{sen} v) \cdot \operatorname{sen}(v)$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial v}$$

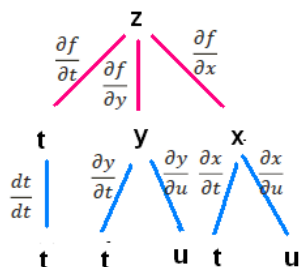
$$\frac{\partial z}{\partial v} = \cos(2y) \cdot u - 2x \operatorname{sen}(2y) \cdot u^2 \cos(v)$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = u \cdot \cos(2y) - 2x u^2 \operatorname{sen}(2y) \cdot \cos(v)$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = u \cdot \cos(2u^2 \operatorname{sen} v) - 2v u^3 \operatorname{sen}(2u^2 \operatorname{sen} v) \cdot \cos(v)$$

3. TERCER CASO: cuando una variable se encuentra simultáneamente como variable intermedia y variable independiente.

Supongamos que $z = f(x; y; t)$ es una función derivable de x, y, t donde $x = h(u; t)$ e $y = g(u; t)$, son funciones derivables de u y de t . Entonces:



$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial u} \quad \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dt}$$

EJEMPLO 3

Calcular las derivadas de las siguientes funciones compuestas:

$$w = e^{3x}(y - z) \begin{cases} z = x \text{ sen } u \\ y = u \text{ sen } x \end{cases}$$

En este caso tenemos tres variables intermedias (x, y, z) y dos variables independientes (u, x). En este caso la variable x es intermedia e independiente al mismo tiempo, por lo que es un caso 3:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial u} &= \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial w}{\partial u} &= \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial w}{\partial u} &= e^{3x} \cdot \text{sen } x - e^{3x} \cdot x \cos u \\ \frac{\partial z}{\partial u} &= e^{3x}(\text{sen } x - x \cos u) \end{aligned}$$

DERIVADAS DE FUNCIONES COMPUESTAS

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 3e^{3x}(y - z) + e^{3x} \cdot u \cos x - e^{3x} \cdot \operatorname{sen} u$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = e^{3x}(3(y - z) + u \cos x - \operatorname{sen} u)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = e^{3x}(3(u \operatorname{sen} x - x \operatorname{sen} u) + u \cos x - \operatorname{sen} u)$$

Ejercitación 1

Hallar las derivadas compuestas de las siguientes funciones:

$$117. z = \sqrt{xy} \quad \begin{cases} x = t^2 \\ y = 4t \end{cases}$$

$$118. z = \ln \frac{x-y}{x+y} \quad \begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{1}{t} \end{cases}$$

$$119. z = u^2 + v^3 \quad \begin{cases} u = t + 1 \\ v = e^t \\ \text{para } t = 0 \end{cases}$$

$$120. z = \ln(x^2 + y) \quad \begin{cases} x = e^u + v^2 \\ y = u^2 + v \\ \text{para: } u = -1 \quad v = 1 \end{cases}$$

$$121. w = 2x^2 - yz + xz^2 \quad \begin{cases} x = 2 \operatorname{sen} t \\ z = 3e^{-t} \\ y = t^2 - t + 1 \\ \text{para } t = 0 \end{cases}$$

$$122. z = u^2 - v^2 \quad \begin{cases} u = \sqrt{xy} \\ v = \frac{x}{y} \end{cases}$$

$$123. z = \ln(u^2 + v) + \operatorname{sen} x \quad \begin{cases} u = e^{x^2+y} \\ v = y^2 + x \end{cases}$$

$$124. z = xu^2 - uv^2 \quad \begin{cases} u = x^2 + y^2 \\ v = 2xy \\ \text{para } (x; y) = (1; 0) \end{cases}$$

DERIVADAS DE FUNCIONES COMPUESTAS

$$125. z = e^{uv} \begin{cases} v = e^{-2t} \\ u = t^3 + 1 \end{cases} \text{ para } t=0$$

$$126. z = \ln e^u + v^2 - \frac{u}{x} \begin{cases} u = tg(x+y) \\ v = \ln(xy) \end{cases}$$

$$127. z = e^{-2x-y} \begin{cases} x = \frac{u}{v} \\ y = 3^u + 2v \end{cases}$$

$$128. z = e^{3x+2y} \begin{cases} x = \cos t \\ y = t^2 \end{cases}$$

$$129. u = xyz \begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = \ln t \\ z = tg t \end{cases}$$

$$130. z = \frac{x}{y} \begin{cases} x = e^t \\ y = \ln t \end{cases}$$

$$131. u = e^{ax}(y-z) \begin{cases} y = a \sen x \\ z = \cos x \end{cases}$$

$$132. w = x \cos y \begin{cases} x = u \sen v \\ y = u \cos v \end{cases}$$

133. Problema de aplicación: un lado de un rectángulo de $x=20$ m, aumenta con una velocidad de 5 m/s, el otro lado de $y=30$ m, disminuye con una velocidad de 4 m/s. Determinar con qué velocidad variará el perímetro y el área del rectángulo.

EJERCICIO 121

$$w = 2x^2 - yz + xz^2 \begin{cases} x = 2 \sen t \\ z = 3e^{-t} \\ y = t^2 - t + 1 \\ \text{para } t = 0 \end{cases}$$

Este ejercicio corresponde a un ejemplo del caso 1: tenemos una única variable independiente (t) y tres variables intermedias (x, y, z).

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dw}{dt} = (4x + z^2) \cdot 2 \cos t - z \cdot (2t - 1) + (-y + 2xz) \cdot (-3e^{-t})$$

Para $t=0$: $x=0$; $y=1$; $z=3$

$$\frac{dw}{dt} = (4 \cdot 0 + (3)^2) \cdot 2 \cos 0 - 3 \cdot (2 \cdot 0 - 1) + (-1 + 2 \cdot 0 \cdot 3) \cdot (-3e^{-0})$$

$$\frac{dw}{dt} = 9 \cdot 2 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-3)$$

$$\frac{dw}{dt} = 18 + 3 + 3$$

$$\frac{dw}{dt} = 24$$

EJERCICIO 122

$$z = u^2 - v^2 \begin{cases} u = \sqrt{xy} \\ v = \frac{x}{y} \end{cases}$$

Este ejercicio corresponde a un ejemplo del caso 2: tenemos dos variables independientes (x e y) y dos variables intermedias (u y v).

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2u \cdot \frac{y}{2\sqrt{xy}} + (-2v) \cdot \frac{1}{y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{uy}{\sqrt{xy}} - \frac{2v}{y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\sqrt{xy}y}{\sqrt{xy}} - \frac{2 \cdot \frac{x}{y}}{y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y - \frac{2x}{y^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 2u \cdot \frac{x}{2\sqrt{xy}} + (-2v) \cdot \left(-\frac{x}{y^2}\right)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{ux}{\sqrt{xy}} + \frac{2vx}{y^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\sqrt{xy}x}{\sqrt{xy}} + \frac{\frac{2x}{y}x}{y^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x + \frac{2x^2}{y^3}$$

EJERCICIO 124

$$z = xu^2 - uv^2 \begin{cases} u = x^2 + y^2 \\ v = 2xy \\ \text{para } (x; y) = (1; 0) \end{cases}$$

Este ejercicio corresponde a un ejemplo del caso 3: tenemos dos variables independientes (x e y) y tres variables intermedias (x, u, v); la variable x actúa simultáneamente como variable intermedia e independiente.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dx} + \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (u^2) \cdot 1 + (2ux - v^2) \cdot 2x + (-2uv) \cdot 2y$$

Para x=1 y=0 tenemos que u=1 v=0

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (1^2) \cdot 1 + (2 \cdot 1 \cdot 1 - 0^2) \cdot 2 \cdot 1 + (-2 \cdot 1 \cdot 0) \cdot 2 \cdot 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 1 + 4 + 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 5$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = (2ux - v^2) \cdot 2y + (-2uv) \cdot 2x$$

Para x=1 y=0 tenemos que u=1 v=0

$$\frac{\partial z}{\partial y} = (2 \cdot 1 \cdot 1 - 0^2) \cdot 2 \cdot 0 + (-2 \cdot 1 \cdot 0) \cdot 2 \cdot 1$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

DERIVADAS DE FUNCIONES COMPUESTAS

EJERCICIO 125

$$z = e^{uv} \begin{cases} v = e^{-2t} \\ u = t^3 + 1 \end{cases}$$

Este ejercicio corresponde a un ejemplo del caso 1: tenemos una única variable independiente (t) y dos variables intermedias (u, v).

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{dv}{dt} \\ \frac{dz}{dt} &= v \cdot e^{uv} \cdot 3t^2 + u \cdot e^{uv} \cdot (-2 \cdot e^{-2t}) \\ \frac{dz}{dt} &= 3t^2 v e^{uv} - 2u \cdot e^{uv-2t} \\ \frac{dz}{dt} &= 3t^2 e^{-2t} e^{(t^3+1)e^{-2t}} - 2(t^3 + 1) \cdot e^{(t^3+1)e^{-2t}-2t} \end{aligned}$$

Para t=0

$$\frac{dz}{dt} = -2 \cdot e$$

EJERCICIO 126

$$z = \ln e^u + v^2 - \frac{u}{x} \begin{cases} u = tg(x+y) \\ v = \ln(xy) \end{cases}$$

$$z = u + v^2 - \frac{u}{x} \begin{cases} u = tg(x+y) \\ v = \ln(xy) \end{cases}$$

Este ejercicio corresponde a un ejemplo del caso 3: tenemos dos variables independientes (x e y) y tres variables intermedias (x, u, v); la variable x actúa simultáneamente como variable intermedia e independiente.

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dx} + \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial z}{\partial x} &= \frac{u}{x^2} \cdot 1 + \left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{1}{1 + (x+y)^2} + 2v \cdot \frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{u}{x^2} + \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + (x + y)^2} + \frac{2v}{x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\operatorname{tg}(x + y)}{x^2} + \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + (x + y)^2} + \frac{2 \ln(xy)}{x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{u}{x^2} \cdot 0 + \left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{1}{1 + (x + y)^2} + 2v \cdot \frac{1}{y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + (x + y)^2} + \frac{2v}{y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + (x + y)^2} + \frac{2 \ln(xy)}{y}$$

EJERCICIO 129

$$u = xyz \begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = \ln t \\ z = \operatorname{tg} t \end{cases}$$

Este ejercicio corresponde a un ejemplo del caso 1: tenemos una única variable independiente (t) y tres variables intermedias (x, y, z).

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{du}{dt} = yz \cdot 2t + xz \cdot \frac{1}{t} + xy \cdot \frac{1}{\cos^2 t}$$

Podemos expresar todo en función de la variable independiente t:

$$\frac{du}{dt} = \ln(t) \operatorname{tg}(t) \cdot 2t + (t^2 + 1) \operatorname{tg}(t) \cdot \frac{1}{t} + (t^2 + 1) \ln(t) \cdot \frac{1}{\cos^2 t}$$

DERIVADAS DE FUNCIONES COMPUESTAS

EJERCICIO 132

$$w = x \cos y \begin{cases} x = u \operatorname{sen} v \\ y = u \cos v \end{cases}$$

Este ejercicio corresponde a un ejemplo del caso 2: tenemos dos variables independientes (u, v) y dos variables intermedias (x,y).

$$\frac{\partial w}{\partial u} = \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial u}$$

$$\frac{\partial w}{\partial u} = \cos y \cdot \operatorname{sen} v - x \operatorname{sen} y \cdot \cos v$$

$$\frac{\partial w}{\partial u} = \cos(u \cos v) \cdot \operatorname{sen} v - u \operatorname{sen} v \operatorname{sen}(u \cos v) \cdot \cos v$$

$$\frac{\partial w}{\partial v} = \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial v}$$

$$\frac{\partial w}{\partial v} = \cos y \cdot u \cos v + x \operatorname{sen} y \cdot u \operatorname{sen} v$$

$$\frac{\partial w}{\partial v} = \cos(u \cos v) \cdot u \cos v + u \operatorname{sen} v \operatorname{sen}(u \cos v) \cdot u \operatorname{sen} v$$

EJERCICIO 133

Un lado de un rectángulo de $x=20$ m, aumenta con una velocidad de 5 m/s, el otro lado de $y=30$ m, disminuye con una velocidad de 4 m/s. Determinar con qué velocidad variará el perímetro y el área del rectángulo.

$$y = 30 \text{ m} \quad \frac{dy}{dt} = -4 \text{ m/s}$$



$$x = 20 \text{ m} \quad \frac{dx}{dt} = 5 \text{ m/s}$$

$$\text{Perímetro } P = 2x + 2y$$

$$\text{Área } A = xy$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dP}{dt} = 2 \cdot 5 \text{ m/s} + 2 \cdot (-4 \text{ m/s})$$

$$\frac{dP}{dt} = 10 \text{ m/s} - 8 \text{ m/s}$$

$$\frac{dP}{dt} = 2 \text{ m/s}$$

El perímetro aumentará a razón de 2 metros por segundo

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial A}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = y \cdot 5 \text{ m/s} + x \cdot (-4 \text{ m/s})$$

$$\frac{dA}{dt} = 30 \text{ m} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20 \text{ m} \cdot \left(-\frac{4 \text{ m}}{\text{s}}\right)$$

$$\frac{dA}{dt} = 150 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} - 80 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\frac{dA}{dt} = 70 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

El área aumentará a razón de 70 m² por segundo

DERIVADAS DE FUNCIONES COMPUESTAS

Respuestas ejercitación 1

Derivación de funciones compuestas

$$117) \frac{dz}{dt} = \frac{3yt^2 + 4x}{2\sqrt{xy}}$$

$$118) \frac{4ty}{(x-y)(x+y)} + \frac{2x}{(x+y)(x-y)t^2}$$

$$119) \frac{dz}{dt} = 5$$

$$120) \frac{\partial z}{\partial u} = \frac{2xe^u}{x^2+y} + \frac{2u}{x^2+y} \quad \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{4xv}{x^2+y} + \frac{1}{x^2+y}$$

$$121) \frac{\partial v}{\partial t} = 24$$

$$122) \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{yu}{\sqrt{xy}} - \frac{2v}{y} \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{xu}{\sqrt{xy}} + \frac{2vx}{y^2}$$

$$123) \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{4uxe^{x^2+y}}{u^2+v} + \frac{1}{u^2+v} + \cos x \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2ue^{x^2+y}}{u^2+v} + \frac{2y}{u^2+v}$$

$$124) \frac{\partial z}{\partial x} = 3 \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$125) \frac{dz}{dt} = ve^{uv}3t^2 + ue^{uv}(-2e^{-2t})$$

$$126) \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1 - \frac{1}{x}}{(1 + (x+y)^2)^2} + \frac{2v}{x} + \frac{u}{x^2} \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1 - \frac{1}{x}}{\cos^2(x+y)} + \frac{2v}{y}$$

$$127) \frac{\partial z}{\partial u} = -\frac{2e^{-2x-y}}{v} - e^{-2x-y}3'' \ln 3 \quad \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{2ue^{-2x-y}}{v^2} - 2e^{-2x-y}$$

$$128) \frac{dz}{dt} = 3e^{3x+2y}(-\sin t) + 4te^{3x+2y}$$

$$129) \frac{du}{dt} = 2yzt + \frac{xz}{t} + \frac{xy}{\cos^2 t}$$

$$130) \frac{dz}{dt} = \frac{e^t}{y} - \frac{x}{ty^2}$$

$$131) \frac{du}{dx} = ae^{ax}(y-z) + ae^{ax} \cos x + e^{ax} \sin x$$

$$132) \frac{\partial w}{\partial u} = \cos y \sin v - x \sin y \cos v \quad \frac{\partial w}{\partial v} = u \cos y \cos v + xu \sin y \sin v$$

$$133) \text{perímetro: } 2\text{m/s}, \text{área: } 70\text{m}^2/\text{s}$$